

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Renée CANAVAGGIA

1^{re} THÈSE : Variation de la discontinuité de Balmer chez Delta
Cephei, Eta Aquilae et Zeta Geminorum.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 13 décembre 1948 devant la Commission d'Examen :

MM. A. DANJON, *Président.*

KASTLER
SOLEILLET } *Examineurs.*

SERVICE DES PUBLICATIONS DU C. N. R. S.

13, Quai Anatole France

PARIS 7^e

1949

THÈSES

PRÉSENTÉES

à la Faculté des Sciences
de l'Université de Paris

POUR OBTENIR LE GRADE DE

DOCTEUR ÈS SCIENCES PHYSIQUES

PAR

Renée CANAVAGGIA

1^{re} THÈSE : Variation de la discontinuité de Balmer chez Delta
Cephei, Eta Aquilae et Zeta Geminorum.

2^e THÈSE : Propositions données par la Faculté.

Soutenues le 13 décembre 1948 devant la Commission d'Examen :

MM. A. DANJON, *Président.*

KASTLER
SOLEILLET } *Examineurs.*

UNIVERSITÉ DE PARIS

FACULTÉ DES SCIENCES

Doyen M. J. CABANNES

PROFESSEURS

L. BLARINGHEM	T	Botanique.	BOULIGAND	T	Application de l'analyse à la Géométrie.
G. JULIA	T	Analyse supérieure et Algèbre supérieure.	CHAUDRON	T	Chimie.
A. DENJOY	T	Théorie des fonctions et Topologie.	WYART	T	Minéralogie.
L. LUTAUD	T	Géographie physique et géologie dynamique.	TEISSIER	T	Zoologie.
E. DARMOIS	T	Enseignement de Physique.	MANGENOT	T	Biologie végétale
Robert LÉVY	T	Physiologie comparée.	P. AUGER	T	Physique quantique et relativité.
Henri VILLAT	T	Mécanique des fluides et applications.	MONNIER		Physiologie générale.
Ch. JACOB	T	Géologie.	PIVETEAU		Géologie.
P. PASCAL	T	Chimie générale.	ROCARD	T	Physique.
M. FRÉCHET	T	Calcul des probabilités et Physique mathématique.	H. CARTAN		Calcul différentiel.
M ^{me} RAMART-LUCAS	T	Chimie organique.	SCHAEFFER	T	Physiologie des fonctions.
FOCH	T	Mécanique physique et expérimentale.	LAFFITE		Chimie (P. C. B.).
PAUTHENIER	T	Électrotechnique générale.	FAVARD		Calcul des probabilités et Physique-mathématique.
Louis DE BROGLIE	T	Théories physiques.	COULOMB	T	Physique du globe.
JOB	T	Chimie générale.	M ^{lle} COUSIN		Biologie animale (P. C. B.).
PRENANT	T	Anatomie et Histologie comparées.	CHRÉTIEN		Chimie (P.C.B.).
COMBES	T	Physiologie végétale.	DRACH		Zoologie.
GARNIER	T	Géométrie supérieure.	KASTLER		Physique.
Joseph PÉRÈS	T	Mécanique rationnelle.	CHATELET	T	Arithmétique et théorie des nombres.
HACKSPILL	T	Chimie minérale.	EPHRUSSI	T	Génétique.
LAUGIER	T	Physiologie générale.	WURMSER	T	Biologie physico-chimique.
TOUSSAINT	T	Technique aéronautique.	BAUER	T	Chimie-Physique.
M. CURIE	T	Physique (P. C. B.).	RIVIÈRE		Géologie (P.C.B.).
G. RIBAUD	T	Hautes températures.	GAUTHERET		Biologie Végétale (P.C.B.).
CHAZY	T	Mécanique analytique et mécanique céleste.	LUCAS		Physique.
CROZE	T	Physique théorique et physique céleste.	MAX MORAND		Physique.
DUPONT	T	Théories chimiques.	ARGULF		Optique appliquée.
VALIRON	T	Calcul différentiel et calcul intégral.	A. THOMAS		Évolutions des êtres organisés.
BARRABÉ	T	Géologie structurale et Géologie appliquée.	SOLEILLET		Physique.
VAVON	T	Analyse et mesures chimiques.	FORTIER		Mécanique expérimentale des fluides.
G. DARMOIS	T	Mathématiques générales.	DANJON	T	Astronomie.
Jacques BOURCART		Géographie physique et Géologie dynamique.	FROMAGEOT		Chimie Biologique.
AUBEL	T	Chimie biologique.	LAPORTE		Physique générale et Radio-activité.
M ^{me} JOLIOT-CURIE	T	Physique générale et Radio-activité.	JANET		Mathématiques générales.
PLANTEFOL	T	Botanique.	PETIT	T	Biologie maritime.
CABANNES	T	Recherches physiques.	QUENEY	T	Météorologie et dynamique atmosphérique.
GRASSE	T	Zoologie (Évolution des êtres organisés).	GALLIEN		Biologie animale (P.C.B.).
PRÉVOST		Chimie organique.	EICHORN		Biologie végétale (P.C.B.).
			DE CUENAC		Biologie végétale (P.C.B.).
			LAVAL		Physique (P.C.B.).
			M ^{lle} CAUCHOIS		Chimie-Physique.
			THELLIER		Physique du Globe.
			AUDUBERT		Électrochimie.
			L'HÉRITIER		Génétique.

Secrétaire Ch. MONIER.



A MON PÈRE



Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41547114_0016

VARIATION DE LA DISCONTINUITÉ DE BALMER CHEZ δ CEPHEI, η AQUILAE, ζ GEMINORUM

par Renée CANAVAGGIA
(Observatoire de Paris).

PARTIE I

SOMMAIRE. — L'objet principal de ce travail est de déterminer la variation de la discontinuité de BALMER avec la phase chez trois céphéides : δ Cephei, η Aquilae et ζ Geminorum. Chaque étoile a été étudiée par rapport à une étoile de comparaison (ε Cephei, δ Equulei, ρ Geminorum). On n'a pas déterminé les gradients des étoiles de comparaison, mais on a déterminé leur discontinuité.

Les résultats donnés ici sont les suivants :

Pour les trois céphéides :

Gradient visible relatif : Résultats directs des mesures (tableaux I, II et III et fig. 1). Comparaison avec les résultats de W. BECKER et A. GÜNTHER (fig. 3).

Discontinuité : Résultats directs des mesures (tableaux I, II et III et fig. 2). Discontinuités ramenées à l'échelle standard de BARBIER et CHALONGE (tableau IV).

Pour Cephei seulement :

Gradient ultra-violet relatif : Variation du gradient UV sans doute affecté par la présence des raies d'absorption (tableau VI fig. 5 c et 5 d).

Courbes de lumière monochromatiques et Δm dans le visible et l'ultra-violet. Résultats détaillés pour deux longueurs d'onde de l'UV dans le tableau VI et les fig. 5 a et 5 b. Variation du Δm en fonction de $1/\lambda$ dans la fig. 4. D'après mes mesures, le Δm décroît brusquement quand on passe du visible à l'UV. Cette chute du Δm n'est d'ailleurs que l'expression du ΔD , écart entre la discontinuité de BALMER au maximum et au minimum d'éclat.

Ce travail entre dans le cadre général des travaux de spectrophotométrie de CHALONGE et BARBIER. Ces travaux ont été effectués, pour la plus grande part, entre 1935 et 1939, à la Station Scientifique Internationale du Jungfraujoch. Les résultats de cette première série d'observations, réunis en un système standard, ont été publiés dans [1].

Une seconde série d'observations, beaucoup moins importante, a été commencée à Paris en 1942 avec un matériel nouveau. Elle a été interrompue assez rapidement, les conditions d'observation en plaine se prêtant mal à la détermination de gradients absolus, mais il a semblé qu'une étude des deux ou trois céphéides les plus brillantes par la

méthode différentielle pouvait être tentée. C'est le résultat de cette étude que je donne ici. Elle se rattache donc tout spécialement aux observations de Paris de BARBIER et CHALONGE, dont les résultats ont été discutés et rattachés au système standard dans [2].

L'étude porte sur les trois céphéides suivantes :

ÉTOILE	m_v	SPECTRE MOYEN	SPECTRE	PÉRIODE
ζ Cephei	3,6 — 4,4	G0v	F4 — G6	5,37 jours
η Aquilae	3,7 — 4,5	G4v	F2 — G9	7,18 jours
ζ Geminorum	3,7 — 4,1	G1v	—	10,15 jours

Chaque céphéide a été étudiée par rapport à une étoile de la série principale : ϵ Cephei (4,23 F0), δ Equulei (4,61 F5), θ Geminorum (4,18 F0).

Les spectres ont été pris de septembre 1942 à mars 1946 à l'Observatoire de Paris.

DISPOSITIF INSTRUMENTAL

Je rappelle seulement les grandes lignes du dispositif instrumental qui est décrit dans [2].

Un spectrographe à optique de quartz (prisme de Cornu de 60° et objectif simple de 40 cm de distance focale moyenne) à objectif incliné pour élargir les spectres par astigmatisme, est fixé à l'extrémité d'un petit télescope Cassegrain afocal à miroirs aluminisés de 25 cm d'ouverture. Au sortir du télescope, le faisceau parallèle, qui n'a plus que 25 mm de diamètre, est capté entièrement par le prisme.

Les spectres vont de 5 000 à 3 000 Å environ, avec une longueur totale d'un peu plus de 2 cm, et 3,2 mm entre H_β et H_γ .

L'élargissement comporte un effet de pointe : la largeur décroît régulièrement du visible à l'ultra-violet. Dans une première série de mesures (série étroite), la hauteur du spectre est de 0,30 mm vers 5 000 Å, de 0,15 mm vers 3 000 Å. Dans une seconde série (série large), elle est de 0,55 mm à 5 000 Å et de 0,30 mm à 3 000 Å. La presque totalité des spectres de ce travail appartient à la série large.

Malgré l'effet de pointe, l'ultra-violet pour les céphéides à leur minimum, est à la limite de ce qu'on peut atteindre avec le télescope. On a utilisé des plaques superfulgur en raison de leur sensibilité.

MÉTHODE DE SPECTROPHOTOMÉTRIE STELLAIRE

La méthode est celle de CHALONGE et BARBIER, avec quelques modifications de détail tenant à l'emploi de la méthode différentielle.

Les spectres des étoiles figurent sur une plaque à côté d'une série de spectres d'un

tube à hydrogène de CHALONGE, pris avec des diaphragmes variés de surfaces connues. Ces spectres de gradation permettent d'établir, pour chaque longueur d'onde, la courbe de gradation qui transforme les noircissements en intensités. Sur les enregistrements stellaires, on choisit les points de plus forts noircissements (fenêtres), sur lesquels on peut espérer mesurer l'intensité du fond continu stellaire (intensité telle qu'elle apparaîtrait entre les raies sur un spectrogramme de grande dispersion).

La méthode donne directement, pour une longueur d'onde donnée, le logarithme du rapport = intensité du fond continu stellaire sur intensité du fond continu de l'hydrogène = $\log_{10} I_*/I_H$.

Gradient visible et gradient ultra-violet. — Quand on porte en fonction de $1/\lambda$ les valeurs de $\log_e I_*/I_S$ (I_S = intensité d'une source lumineuse de comparaison à spectre continu, rayonnant comme un corps noir), les points représentatifs se placent sur une droite dans certains intervalles de longueur d'onde, et on appelle gradient de l'étoile par rapport à la source, dans un de ces intervalles, le coefficient angulaire de la droite, changé de signe :

$$G_{*s} = - \frac{d \log_e I_*/I_H}{d 1/\lambda} \quad \text{en microns}$$

Avec les logarithmes à base 10, on a :

$$G_{*s} = - 2,3 \frac{d \log_{10} I_*/I_H}{d 1/\lambda}$$

où, si on préfère utiliser les magnitudes :

$$G_{*s} = 0,921 \frac{d (m_* - m_H)}{d 1/\lambda}.$$

Soit $(T_c)_*$ et $(T_c)_s$ les températures de couleur des fonds continus de l'étoile et de la source dans l'intervalle considéré, on a :

$$G_{*s} = \frac{c_2}{(T_c)_*} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T_*}} \right)^{-1} - \frac{c_2}{(T_c)_s} \left(1 - e^{-\frac{c_2}{\lambda T_s}} \right)^{-1}$$

$C_2 = 1,43 \text{ cm degré}$

Pour les températures et les domaines spectraux considérés ici, on a approximativement :

$$G_{*s} \sim \frac{c_2}{(T_c)_*} - \frac{c_2}{(T_c)_s}.$$

L'hydrogène ne rayonne pas comme un corps noir, dans ce sens qu'il n'a pas de température de couleur, mais il se comporte comme un corps noir au point de vue gradient. Dans le domaine étudié ici, les points représentatifs se placent sur deux segments de droite. Dans le visible, les points restent alignés de 4 800 Å à 4 000 Å environ. Le segment ultra-violet va de 3 600 à 3 100 Å environ. Les deux segments déterminent un gradient visible et un gradient ultra-violet.

Discontinuité. — Prolongeons les deux segments jusqu'au point $1/\lambda = 2,7$ ($\lambda = 3\,700$). Les différences des ordonnées des droites prolongées en ce point donnent la discontinuité de l'étoile d'après la définition de BARBIER et CHALONGE.

$$D = \log_{10} \frac{I_{3700+}}{I_{3700-}}.$$

MÉTHODE DIFFÉRENTIELLE. GRADIENTS ET DISCONTINUITÉS RELATIFS.

Gradient relatif. — Chaque variable a été étudiée par rapport à une étoile de comparaison.

Soit $\log I_v/I_H$ et $\log I_c/I_H$ les mesures faites séparément sur les deux étoiles. La différence donne $\log I_v/I_c$.

On a corrigé cette différence de l'absorption atmosphérique par diffusion en formant :

$$\log I_v/I_c + \Delta m \times 0,0060 (1/\lambda)^4$$

(Δm = masse d'air de la variable moins masse d'air de l'étoile de comparaison).

Les $\log I_v/I_c$ corrigée de l'absorption atmosphérique, portés en fonction de $1/\lambda$ donnent deux segments de droite dont les coefficients angulaires déterminent les gradients relatifs de la variable par rapport à l'étoile de comparaison.

Remarque. — Les $\log I_v/I_H$ et $\log I_c/I_H$ n'intervenant que par leurs différences, il suffit, pour une longueur d'onde donnée, qu'ils soient déterminés à une même constante près. Autrement dit : les courbes d'étalonnage n'interviennent que par leur forme. Comme ces courbes ne se déforment que lentement avec la longueur d'onde, il n'est pas nécessaire de tracer une courbe pour chaque point du fond continu étudié. Je me suis contentée, généralement, pour chaque cliché, de 7 à 8 courbes d'étalonnage : environ trois pour le visible, deux ou trois pour l'ultra-violet, deux pour la région intermédiaire, qui est utilisée aussi comme on le verra plus tard.

Discontinuité relative. — Soient D_v et D_c , les discontinuités de la céphéide et de l'étoile de comparaison. La méthode donne directement :

$$\log (I_v/I_c)_{3700+} - \log (I_v/I_c)_{3700-} = D_v - D_c.$$

Amplitude de variation du gradient, ΔG . — Pour le visible, nous pourrions donner de la variation du gradient avec la phase, le minimum et le maximum d'une courbe gradient coïncidant à peu près avec le maximum et le minimum de l'éclat. Soit ΔG l'amplitude de variation du gradient. On a :

$$\Delta G = (G_{vc})_{\text{au min. d'éclat}} - (G_{vc})_{\text{au max. d'éclat}} = G_n M^{(2)}$$

(²) Nous aurons à considérer l'amplitude de variation du gradient, de la magnitude, de la discontinuité. Nous trouvons commode de désigner par ΔG , Δm , ΔD cette amplitude de variation, c'est-à-dire les écarts pris en valeur absolue.

(G_{mM} = gradient de la variable au min. d'éclat par rapport à la variable au maximum d'éclat).

Ou encore, dans la mesure où les fenêtres permettent d'atteindre le fond continu :

$$\Delta G \sim G_{mM} \sim \frac{c_2}{(T_e)_m} - \frac{c_2}{(T_e)_M}$$

Nous utiliserons aussi la formule qui donne le ΔG à partir de deux Δm , ($\Delta m = m_{\min} - m_{\max}$) :

$$\Delta G = 0,921 \frac{(\Delta m)_{\lambda_1} - (\Delta m)_{\lambda_2}}{1/\lambda_1 - 1/\lambda_2}$$

PASSAGE AUX RÉSULTATS ABSOLUS

Gradients. — L'observation à Paris se prête mal à la détermination des gradients absolus. Je n'ai pas essayé de déterminer ceux des étoiles de comparaison. Aucune, d'autre part, ne figure parmi les étoiles standard observées de 1935 à 1939 au Jungfraujoch. Elles figurent, par contre, abondamment, au programme de la nouvelle série d'observations commencée par CHALONGE en 1947 avec un dispositif instrumental nouveau. Quand ces observations seront dépouillées et discutées, elles permettront, pour les trois céphéides étudiées ici, de passer des gradients relatifs aux gradients absolus.

Discontinuités. — Les mesures des discontinuités sont bien moins affectées par l'absorption atmosphérique que celles des gradients. Pour chaque étoile de comparaison, la D a été mesurée sur quelques-uns des meilleurs spectres. Les résultats cependant ne doivent pas être tenus pour définitifs. Il y aura avantage, par la suite, à adopter aussi pour la discontinuité de ces étoiles les résultats fournis par les observations en haute altitude.

Discontinuité standard. — Ainsi qu'il a été dit (p. 6) les observations des céphéides se rattachent à une série secondaire d'observations de CHALONGE et BARBIER (observations de Paris) dont les résultats ont été rattachés aux résultats standards dans [2]. On trouve, en particulier, p. 199, les formules qui ramènent les discontinuités de Paris (soit D') aux discontinuités standards (soit D) :

$$\begin{array}{lll} D' = 0,028 + 1,155 D & D = 0,866 D' - 0,024 & \text{série étroite.} \\ & \text{ou} & \\ D' = 0,008 + 1,088 D & D = 0,919 D' - 0,007 & \text{série large.} \end{array}$$

Ces formules sont valables pour les discontinuités de Paris non corrigées de l'absorption atmosphérique, c'est-à-dire trop grandes de 0,015 à 0,020. Les discontinuités des Céphéides ayant été corrigées de l'absorption atmosphérique, j'ai utilisé les formules très légèrement différentes :

$$\begin{array}{ll} D = 0,866 D' - 0,008 & \text{série étroite} \\ D = 0,919 D' + 0,010 & \text{série large} \end{array}$$

Soit une observation de la série large. Les mesures fournissent $D'_v - D'_c$, d'une part, et D'_c , d'autre part. On passe à la discontinuité standard de la variable en formant :

$$D_v = 0,919 (D'_v - D'_c) + 0,919 D'_c + 0,010.$$

POSES COURTES ET POSES LONGUES. RACCORD.

La difficulté principale rencontrée au cours de ce travail a été la suivante : difficulté et même, pour la céphéide au voisinage du minimum, impossibilité d'obtenir un spectre dont le noircissement soit mesurable à la fois dans le visible et dans l'ultra-violet. Quand le visible est mesurable, l'UV, faible pour les spectres avancés et affaibli par la diffusion en $(1/\lambda)^4$ (observation en plaine), est sous-exposé, malgré l'effet de pointe signalé page 2. Aussi a-t-on décidé de faire deux séries de poses, des poses longues et des poses courtes et, dans la première partie du travail, c'est-à-dire pour δ Cephei, on a opéré comme il suit :

On prenait, chaque soir d'observation, sur un cliché I une pose courte sur δ et une pose de durée égale sur ϵ , puis, sur un cliché II, une pose longue sur δ et une sur ϵ . Le travail était poursuivi les nuits suivantes sur les mêmes clichés. Une paire de clichés suffisait pour une lunaison, chaque cliché pouvant contenir, en plus des spectres de gradation, 36 spectres stellaires. Les clichés étaient étalonnés en cours de lunaison et développés deux ou trois semaines après l'étalonnage. Le temps de pose était le même pour tous les spectres d'un même cliché (généralement 15 m pour les clichés I, 30 m pour les clichés II). On mesurait séparément $(\log I_\delta/I_\epsilon)_I$ et $(\log I_\delta/I_\epsilon)_{II}$.

En principe : les clichés I donnaient le gradient visible et $\log (I_\delta/I_\epsilon)_{3700+}$. Les clichés II donnaient le gradient UV et $\log (I_\delta/I_\epsilon)_{3700-}$.

Pour passer de là à la discontinuité il suffisait de faire le raccord des quatre spectres pris la même nuit, c'est-à-dire de déterminer, pour ces spectres la différence $(\log I_\delta/I_\epsilon)_I - (\log I_\delta/I_\epsilon)_{II}$ pour la longueur d'onde 3 700. Pour cela, on formait les différences en question (après correction atmosphérique) pour les accidents caractérisés de la région médiane des spectres (correspondant ou non à des fenêtres) et on les portait en fonction de $1/\lambda$. Les points s'alignaient plus ou moins bien sur une droite à peu près horizontale. On lisait d'ordonnée correspondant à $1/\lambda = 2,7$.

La méthode a été appliquée très régulièrement sous cette forme à δ Cephei, sans soulever trop de difficultés.

Avec η Aquilae, basse sur l'horizon ($\delta = +0^\circ 52'$), les difficultés ont commencé. Les temps de pose favorables, même à phase égale, dépendaient beaucoup de la transparence atmosphérique. Beaucoup de clichés étaient inutilisables. Entre-temps, Mr BOURNAT avait fait à l'Institut d'Astrophysique les recherches suivantes : il faisait sur une même plaque superfulgur deux séries de spectres de gradation avec deux temps de pose différents (pouvant aller de 1 heure à 2 minutes) et comparait la forme des courbes de

gradation obtenues. Il résulte de ces études, qui n'ont pas été publiées, que les différences entre les deux séries de courbes étaient peu sensibles, de l'ordre de celles qu'on obtient entre deux séries d'étalonnage prises sur la même plaque avec le même temps de pose. Ayant fait moi-même, en 1944, pour δ Cephei, un cliché complémentaire comprenant des poses de 15 m et de 30 m, et deux séries de spectres de gradation, également de 15 m à 30 m, j'avais constaté que les deux séries de courbes de gradation étaient parfaitement superposables, avec peut-être un léger flottement dans les régions très sou-exposées, où les mesures, de toute façons, sont peu sûres. J'ai alors commencé à varier légèrement le temps de pose, à l'intérieur du cliché I ou II, suivant les circonstances (phase et transparence de l'air). Quand j'ai abordé ζ Geminorum, autre étoile basse et de type avancé, la méthode était devenue la suivante : prendre sur un même cliché le plus grand nombre de spectres possible. Pour l'étoile de comparaison, qui n'était pas de type avancé (F0), obtenir de préférence un spectre mesurable sur toute sa longueur. Pour la variable, obtenir une pose courte et une pose longue dont les noircissements, dans le visible et dans l'UV respectivement, soient voisins de ceux de l'étoile de comparaison. L'étude de trois spectres remplissant ces conditions présente de grands avantages : le fait de ne comparer que des points de noircissements voisins élimine l'influence des erreurs qui peuvent s'introduire dans le tracé des courbes de gradation ; le raccord est rendu beaucoup plus facile (il ne porte plus que sur deux spectres au lieu de quatre, le spectre de l'étoile de comparaison s'éliminant complètement). Ces avantages compensent, je crois, largement les erreurs certainement très petites qui peuvent provenir de l'emploi de temps de pose différents. (Ces temps de pose variaient de 15 m à 1 h, quelquefois 1 h 1/4 pour les spectres stellaires. Un temps de pose intermédiaire servait pour l'étalonnage.)

On a même trouvé qu'il y avait avantage, pour la discontinuité, à comparer systématiquement entre eux les spectres de noircissements voisins plutôt que les spectres pris la même nuit. En fait, on a pris l'habitude, pour déterminer la discontinuité, de comparer chaque spectre de la céphéide à tous les spectres de comparaison du cliché et à faire une moyenne des résultats d'après la qualité des mesures. (Ces moyennes, naturellement, étaient toujours faites avant le calcul des phases.) Cette méthode, qui consiste à utiliser au mieux tous les spectres d'un cliché a été appliquée rétrospectivement à δ Cephei et à n Aquilae, mais avec bien moins d'efficacité par le fait que poses courtes et longues avaient été prises sur des clichés séparés.

PRATIQUE DE LA DÉTERMINATION DES GRADIENTS ET LA DISCONTINUITÉ

Gradient visible. — Voici les longueurs d'onde approximatives des points qui ont été mesurés dans le visible, sur les enregistrements stellaires, comme points de plus forts noircissements, susceptibles de donner l'intensité du fond continu :

4 870 4 625 4 510 4 370 4 270 4 215 4 165 4 140 4 020

Les noircissements ont été mesurés directement (sans tracé d'enveloppe). Quand on porte les $\log I_v/I_c$ en fonction de $1/\lambda$, on s'aperçoit vite que les « fenêtres » sont de qualités inégales. Pour un spectre de la céphéide voisin du maximum, les points s'alignent bien mais, à mesure qu'on approche du minimum, la plupart des soi-disant fenêtres manifestent une absorption. Les points 4 215, (CN !), 4 165, 4 140 se placent de plus en plus bas. Ils ne représentent plus le fond continu. On a admis que les points 4 625, 4 510 et 4 020, qui restent les plus élevés, étaient de bonnes fenêtres et on leur a donné le plus de poids surtout au voisinage du minimum, dans le tracé de la droite dont le coefficient angulaire donne le gradient visible.

Gradient ultra-violet et discontinuité. — Avec l'ultra-violet, la difficulté est plus grande. Deux points seulement peuvent être considérés comme des fenêtres : 3 540 et 3 300. De plus, les intensités faiblissent rapidement vers les courtes longueurs d'ondes (étoiles de type avancé, observation en plaine, absorption en $(1/\lambda)^4$), et les spectres qui atteignent 3 300 avec un bon noircissement sont assez rares, surtout pour η Aquilae et ζ Geminorum qui sont bas sur l'horizon. Pour δ Cephei, on n'a retenu pour la mesure de la discontinuité que les spectres où 3 300 est bien mesurable mais, pour les deux autres étoiles, il a fallu tenir compte de spectres sous-exposés. Deux circonstances, dans ce cas, sont favorables à la mesure de la discontinuité :

La fenêtre 3 540 n'est pas éloignée du point 3 700 où se mesure la discontinuité.

Elle ne se présente pas sur l'enregistrement comme une pointe, mais plutôt comme une surface s'étendant sur un certain intervalle de longueur d'onde et invitant au tracé d'une enveloppe.

Pour l'ultra-violet, on a donc été amené à tracer une enveloppe, appuyée, dans le cas le plus favorable, sur les deux fenêtres 3 540 et 3 300 et, dans le cas le moins favorable, inspirée par la fenêtre 3 540 et certains points tels que 3 625, 3 430, qu'on peut plus ou moins considérer comme des fenêtres.

L'incertitude sur le tracé de l'enveloppe, venant surtout du point 3 300, n'a pas beaucoup d'influence sur la discontinuité mais est funeste, par contre, au gradient ultra-violet. On voit, par exemple, que si on fait pivoter la droite $\frac{d \log I_v/I_c}{d 1/\lambda}$ autour du point 3 540, de façon à modifier la discontinuité de 0,02, le gradient UV se trouve modifié de 0,40. On conçoit que les mesures faites dans l'ultra-violet aient permis de déterminer la variation de la discontinuité sans donner la variation du gradient ultra-violet.

Pour δ Cephei cependant l'étude de la variation du gradient UV avec la phase a été tentée. Nous y reviendrons au sujet des Δm .

RÉSULTATS RELATIFS AUX TROIS CÉPHÉIDES.

GRADIENTS VISIBLES ET DISCONTINUITÉS.

Les résultats sont exposés dans les tableaux I, II, III et IV et dans les figures 1 et 2.

Dans les tableaux I, II et III, on trouve, pour chaque céphéide, les résultats directs des mesures, c'est-à-dire les gradients relatifs et les discontinuités relatives. Ces résultats sont représentés dans les fig. 1 et 2 où on a aussi tracé des courbes moyennes.

TABLEAU I

 δ CEPHEI*Gradient visible et discontinuité de δ Ceph par rapport à ε Ceph.*

CLICHÉ	DATE	JOUR JULIEN	PHASE	PHASE PÉRIODE	G. VISIBLE	$D_{\zeta} - D_{\varepsilon}$
		243	j			
742*	6-10-42	0639,39	0,08	0,015	0,52	+ 0,100*
777	6-10-43	1004,35	0,13	0,024	0,41	+ 0,090
778		38	0,16			
775	29-7-43	0935,43	0,98	0,183	1,13	— 0,070
742*	2-10-42	0635,42	1,48	0,276	1,23	— 0,155*
742*	13-10-42	0646,40	1,72	0,321	1,18	—
777	27-9-43	0995,44	1,96	0,360	1,47	— 0,135
778		39	1,91			
775	30-7-43	0936,52	2,06	0,384	1,48	— 0,150
776		44	1,98	0,369	(1,52)	
777	22-9-43	0990,42	2,31	0,427	1,53	— 0,170
778		39	2,28			
775	25-7-43	0931,40	2,31	0,430	1,47	
776		45	2,36	0,440	1,75	
777	3-10-43	1001,40	2,55	0,471	1,62	— 0,180
778		36	2,51			
775	31-7-43	0937,44	2,98	0,556	1,47	
776		42	2,97	0,553	(1,84)	
775	1-8-43	0938,43	3,98	0,742	1,90	— 0,210
776		42	3,96	0,738	(1,82)	
775	27-7-43	0933,52	4,43	0,826	1,51	
776		46	4,37	0,814	1,87	
742*	5-10-42	0638,40	4,45	0,829	(1,60)	
791	22-8-44	1325,55	4,73	9,881	1,22	— 0,140 racc.
742*	11-10-42	0644,33	5,02	0,936	0,59	— 0,027
781	27-10-43	1025,39	5,07	0,945	0,87	— 0,000

MAX. $2.393.659,873 + 5,366.396 E - 0,84 \cdot 10^{-8} E^2$, DANJON. *Ann. Obs. Strab.*, II, 1928.

* Un Astérisque indique que le cliché appartient à la série étroite (Cf. page 2).

Le tableau IV donne la discontinuité standard à intervalles réguliers. On passe des discontinuités relatives lues sur les courbes moyennes des fig. 2 aux D standards en appliquant les formules de la page 5, et en adoptant, pour les trois étoiles de com-

TABLEAU II

 η AQUILAE*Gradient visible et discontinuité de η Aquil par rapport à ζ Equi*

CLICHÉ	DATE	JOUR JULIEN	PHASE	PHASE PÉRIODE	G. VISIBLE	$D_\eta - D_\delta$
		2.431	j			
822	29-9-45	728,31	0,06	0,008	— 0,11	+ 0,280
789-90	9-8-44	312,43	0,43	0,061	(0,67)	+ 0,205
792	7-9-44	341,35	0,65	0,090	(0,65)	+ 0,177
789-90	24-8-44	327,39	1,03	0,144	0,67	+ 0,165
789-90	10-8-44	313,38	1,38	0,192	0,78 ?	+ 0,125
797-8	7-10-44	371,35	1,93	0,269	0,90	+ 0,110
792	8-9-44	342,33	1,62	0,226	0,84	+ 0,028
789-90	11-8-44	314,38	2,38	0,322	1,31 ?	— 0,012
822	9-10-45	738,30	2,88	0,401	1,07 ?	+ 0,013
797-8	8-10-44	372,30	2,89	0,403	(1,31)	+ 0,012
788	21-7-44	293,50	3,03	0,422	(1,04)	+ 0,040
822	2-10-45	731,31	3,06	0,426	1,10	+ 0,030 ?
789-90	12-8-44	315,38	3,38	0,472	1,75 ?	— 0,035 ?
972	10-9-44	344,33	3,63	0,506	1,44	+ 0,046
797-8	16-10-44	380,42	3,83	0,534	1,31 ?	—
789-90	13-8-44	316,36	4,36	0,608	1,70	— 0,107
792	11-9-44	345,39	4,69	0,654	1,47	— 0,103
797	18-10-44	382,27	5,68	0,791	(1,08)	—
788	31-7-44	303,54	5,89	0,821	(1,15)	—
788	24-7-44	296,44	5,97	0,832	1,09	+ 0,065
797-8	11-10-44	375,43	6,02	0,839	0,95	—
797-8	4-10-44	368,30	6,07	0,845	(0,86)	+ 0,050
789-90	22-8-44	325,42	6,25	0,871	(0,68)	—
797-8	19-10-44	383,31	6,72	0,936	0,15	+ 0,210
821	31-8-45	699,39	7,02	0,978	0,09	+ 0,290

MAX. 2.408.827.690 + 7,176.5164 E + 0,288 10^{-7} E². NIELSEN, *Astr. Nachr.*, **243**, p.409.

paraison, les discontinuités de Paris suivantes, moyennes des mesures faites, pour chacune, sur trois ou quatre bons spectres :

	D''
ϵ Cephei	0,325
ζ Equulei	0,093
ρ Geminorum	0,208.

Comparaison avec les résultats antérieurs.

Discontinuités. — Les D n'avaient pas encore été mesurées, à l'exception de cinq

TABLEAU III

 ζ GEMINORUM*Gradient visible et discontinuité de ζ Gemi par rapport à ρ Gemi*

CLICHÉ	DATE	JOUR JULIEN	PHASE	PHASE PÉRIODE	G. VISIBLE	$D_{\zeta} - D_{\rho}$
		2.431	j			
831	29-3-46	909,34	0,43	0,042	1,35	— 0,030
812	16-2-45	503,37	0,50	0,049	1,25	—
804-5	7-1-45	463,47	1,20	0,118	(1,51)	— 0,105
831	30-3-46	910,33	1,42	0,140	(1,54)	— 0,085
913	10-3-45	525,32	2,15	0,212	1,85 ?	—
804-5	9-12-44	434,57	2,76	0,272	2,00	— 0,162
826	20-10-45	759,63	2,98	0,294	1,89	— 0,190
804-5	19-1-45	475,43	3,01	0,296	1,92	— 0,140
813	12-3-45	527,33	4,16	0,410	2,04	— 0,180
813	13-3-45	528,33	5,16	0,508	(2,18)	— 0,207
813	3-3-45	518,35	5,33	0,525	2,20 ?	— 0,232
827	2-12-45	792,57	5,47	0,539	2,13	— 0,195
813	14-3-45	529,35	6,18	0,609	1,80	—
827	3-12-45	793,55	6,45	0,635	1,84	— 0,175
			6,56	0,646	1,93	—
929	3-1-46	824,46	6,90	0,680	1,61	— 0,120
829	4-1-46	825,45	7,92	0,780	1,48	— 0,080
826	4-11-45	764,64	7,99	0,787	(1,43)	— 0,115
813	6-3-45	521,33	8,30	0,818	(1,50) ?	—
830	4-2-46	856,41	8,40	0,827	1,41	— 0,065
827	5-12-45	795,55	8,45	0,832	1,27	— 0,052
831	27-3-46	907,35	8,57	0,844	1,55	— 0,052
812	14-2-45	501,36	8,65	0,852	1,51	— 0,070
830	5-2-46	857,41	9,40	0,926	1,95	— 0,040
831	28-3-46	908,34	9,57	0,943	(1,30)	— 0,060
812	15-2-45	502,34	9,62	0,948	1,16	—

MAX. 2.410.639,801 + 10,153.527 E — 0,575 10^{-6} E². NIELSEN, *Aarhus Medd.*, 5.

mesures absolues de la D de ζ Geminorum faites par BARBIER et CHALONGE [1], qui donnent des valeurs dispersées autour de 0,06.

Gradient visible. — Les gradients visibles peuvent être comparés à ceux de W. BECKER et STROHMEIER et à ceux de GÜNTHER.

W. BECKER et STROHMEIER [3] ont trouvé que de 6 500 à 3 800 Å la répartition spectrale des céphéides pouvait être représentée par deux gradients : un gradient pour

TABLEAU IV

DISCONTINUITÉ STANDARD

Phase	δ Cep	η Aql	ζ Gem
0,00	+ 0,399	+ 0,349	+ 0,174
05	364	306	161
10	318	263	140
15	281	230	116
20	245	206	096
25	217	186	076
30	194	164	055
35	176	143	039
40	157	121	025
45	144	099	018
50	130	078	017
55	121	062	025
60	116	055	043
65	111	052	066
70	111	056	089
75	116	071	115
80	134	107	139
85	157	161	157
90	208	233	168
95	318	315	174
1.00	399	349	171

On est passé des D relatives aux D standard en adoptant pour ε Cep., δ Equi et ρ Gemi les $D = 0,325$ $0,093$ et $0,208$ et en appliquant les corrections de la page 9.

le domaine des grands λ (6 500 à 4 500 Å) et un autre pour le domaine des courts λ (4 900 à 3 900 Å). Ce dernier gradient correspond à mon gradient visible (4 870 à 4 000 Å).

Les spectres de W. BECKER et STROHMEIER ont été pris à la Spiegelprismenkamera de Babelsberg (16 cm d'ouverture, $f/5$, 230 Å par mm vers H_γ) puis à celle de l'Observatoire d'Astrophysique de Potsdam (30 cm d'ouverture, $f/3$, 300 Å par mm vers H_γ).

GÜNTHER [4] a étudié le domaine 4 800 — 4 800 Å avec un spectrogramme à fente construit pour la lunette de 60 cm de Bergedorf. Dispersion : 5 mm 75 entre H_β et H_γ (85 Å par mm vers H_γ).

Je rappelle que, pour moi, la dispersion était de 3 mm entre H_β et H_γ .

La fig. 3 donne la comparaison des gradients visibles.

L'échelle est la même pour les huit graphiques. Pour δ Cephei, les gradients sont relatifs dans tous les cas à ε Cephei. Pour les autres variables, les étoiles de comparaison sont différentes et le zéro de l'échelle n'a pas été marqué.

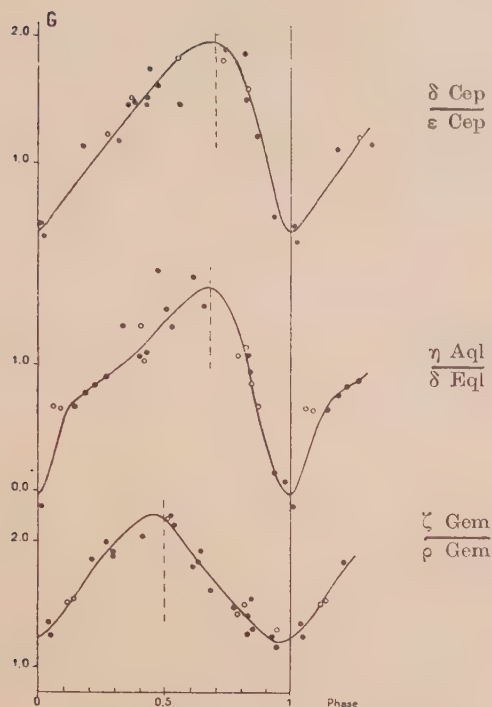


FIG. 1.

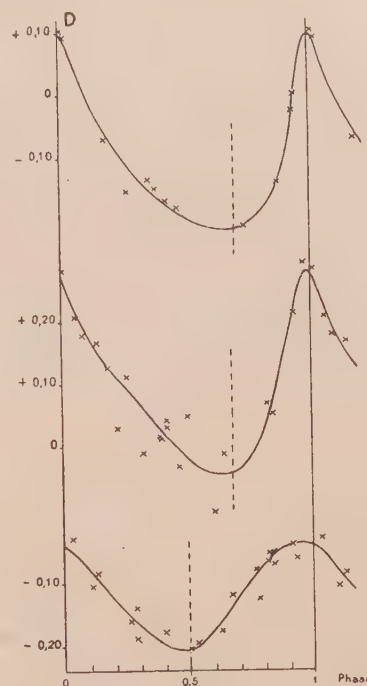


FIG. 2.

FIG. 1. — Gradient visible relatif pour les trois céphéides. Résultats directs des mesures et courbe moyenne.

La phase zéro correspond au maximum de lumière. Le minimum de lumière est indiqué par un pointillé. Pour ζ Gemi, il semble que le min. et le Max. du gradient se placent un peu avant le Max. et le min. de lumière.

FIG. 2. — Discontinuités relatives. Résultat direct des mesures et courbe moyenne. Pour ζ Gemi même remarque que pour la figure 1.

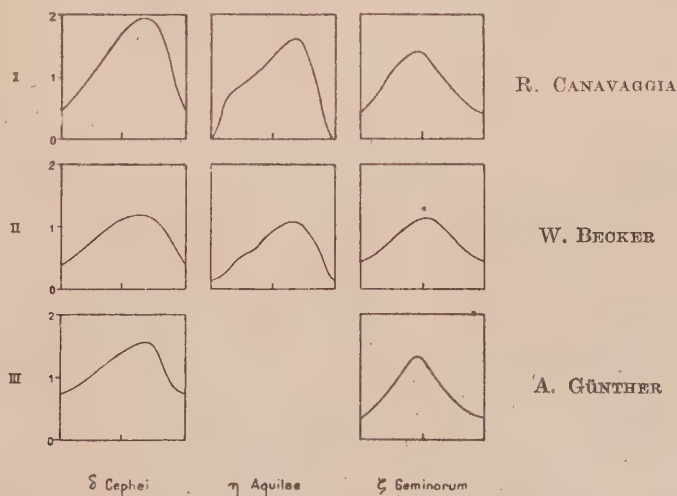


FIG. 3. — Gradient visible. Comparaison des résultats trouvés ici avec ceux de W. BECKER et de A. GÜNTHER. L'échelle est la même pour tous les graphiques mais les ordonnées se rapportent seulement au gradient de δ Cephei qui est donné, dans les trois cas, par rapport à ε Cephei.

Les amplitudes des courbes, (ΔG), présentent des différences notables. La proportion entre les ΔG de W. BECKER et les miens est de l'ordre du simple au double. Le fait que l'échelle de mes discontinuités ait dû être restreinte, pour devenir comparable à celle des D standards, semble indiquer qu'en effet mes gradients varient trop. Nous trouverons plus tard, dans la considération des Δm , une indication que peut-être les gradients de W. BECKER varient trop peu.

Les formes des courbes ont beaucoup de parenté. On peut remarquer cependant que pour ζ Geminorum, la courbe de W. BECKER est à peu près symétrique par rapport au maximum et au minimum de lumière, alors que les deux autres courbes sont à peu près symétriques aussi, mais avec un décalage de $0^p,05$ environ vers la gauche par rapport au maximum et au minimum de lumière.

RÉSULTATS PARTICULIERS A δ CEPHEI.

COURBES DE LUMIÈRE MONOCHROMATIQUES, Δm ET GRADIENT ULTRA-VIOLET.

Courbes de lumière monochromatiques et Δm . — Pour δ Cephei, les spectres de la variable et de l'étoile de comparaison ont été pris très régulièrement deux par deux avec un même temps de pose. De plus, les étoiles sont très voisines et hautes sur l'horizon. Les corrections atmosphériques sont toujours très petites. Aussi a-t-il été possible de tracer, pour chaque λ utilisé comme fenêtre, la courbe de lumière monochromatique courbe qui donne la variation de $\log I_p/I_c$ avec la phase (ou, si on multiplie les ordonnées par $-2,5$, la variation de la magnitude monochromatique avec la phase).

L'amplitude d'une courbe de lumière donne $\log I_{\max}/I_{\min}$, ou, si on opère en magnitudes, le Δm correspondant ($\Delta m = m_{\min} - m_{\max}$). On a formé les courbes de lumière et le Δm pour huit points du visible et deux points de l'ultra-violet. Les résultats sont les suivants :

λ	4 870	4 680	4 623	4 509	4 269	4 164	4 059	4 020	3 540	3 300
Δm	1,15	1,37	1,42	1,46	1,65	1,75	1,88	1,87	1,32	1,20

Comparaison avec les résultats antérieurs. — On dispose, pour δ Cephei, de nombreux Δm plus ou moins monochromatiques. Dans la fig. 4, les Δm sont portés en fonction de $1/\lambda$. Le détail des références (auteur — méthode — longueur d'onde approximative — valeur du Δm) est donné dans le tableau V. Les déterminations se divisent en quatre grands groupes : visuelles, photographiques, photoélectriques, spectrophotométriques. Les plus récentes sont les six déterminations photoélectriques de STEBBINS [5] qui vont de l'infra-rouge à l'ultra-violet.

De l'infra-rouge au bleu, les Δm , dans leur ensemble, vont en croissant accompagnant la courbe dessinée par les cinq premières déterminations de STEBBINS. On a d'ailleurs, (cf. page 5) :

$$\frac{d\Delta m}{d(1/\lambda)} = \frac{1}{0,921} \Delta G.$$

où ΔG est l'amplitude de variation du gradient. Entre 4 000 et 4 800 Å les points de BECKER et les miens (seules déterminations monochromatiques à proprement parler), se placent de part et d'autre de la courbe de STEBBINS. Si la pente de cette dernière est

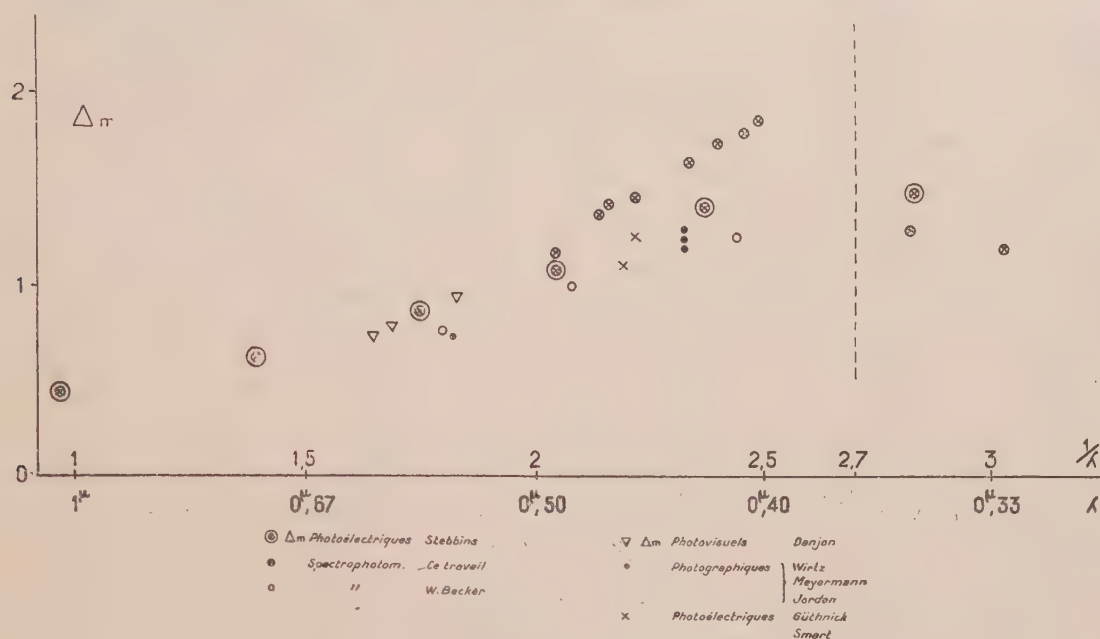


FIG. 4. — δ Cephei. Δm en fonction de $1/\lambda$.

TABLEAU V. δ CEPHEI $\Delta m = m_{\min} - m_{\max}$.

AUTEUR	MÉTHODE	λ APPROX.	Δm
WIRTZ, A. N., 154, 335, 1901.	Phot. photograph. (Images extrafocales)	4 300 Å	1,25
MEYERMANN, A. N., 175, I, 1907.	Phot. photograph. (Schraffiermethode)	4 300	1,30
JORDAN, <i>Ap. J.</i> , 50, 174, 1919.	Phot. photograph. (diamètres)	5 600	0,73
		4 300	1,20
GUTHNICK A. N., 208, 169, 1919.	Phot. photoélectrique	4 550	1,11
DANJON, <i>J. Obs.</i> , X, I, 1927 ; <i>Ann. Obs. Strasbourg</i> , II, 93, 1928.	Phot. visuelle. Phot. de Pickering	5 900	0,78
		6 060	0,73
		5 450	0,93
SMART, M. N., 95, 644, 1935.	Phot. photoélectrique	4 500	1,26
W. BECKER et STROHMEIER, <i>Z. f. Astr.</i> , 19, 249, 1940.	Spectrophotométrie	5 570	0,77
		4 800	1,00
		4 100	1,26
STEBBINS, <i>Ap. J.</i> , 101, 47, 1945	Phot. photoélectrique	10 300	0,43
		7 190	0,61
		5 700	0,86
		4 880	1,08
		4 220	1,41
		3 530	1,48

bonne mon ΔG visible serait trop grand, et le ΔG correspondant de W. BECKER trop petit (cf. fig. 3).

Baisse du Δm entre le visible et l'ultra-violet. — Dans l'ultra-violet, une seule détermination existait jusqu'à présent : la 6^e détermination photoélectrique de STEBBINS = 3 530). Le Δm ultra-violet de STEBBINS, inférieur à ce qu'on obtiendrait en prolongeant la courbe des cinq premières déterminations, est tout de même légèrement supérieur au Δm qui le précède dans le bleu ($\lambda = 4\,220$).

Pour moi, au contraire, il y a un décrochement brusque entre le dernier Δm bleu ($\lambda = 4\,020$) et le premier φm ultra-violet ($\lambda = 3\,540$). Ce décrochement, d'ailleurs est facilement prévisible : soit toujours $\Delta m = m_{\min} - m_{\max}$, et soit $\Delta D = D_{\max} - D_{\min}$, l'écart entre la discontinuité au maximum et au minimum de lumière (ici 0,29, d'après le tableau IV). Il est facile de voir que l'on a, pour la limite de la série de BALMER :

$$\Delta m_{3647+} - \Delta m_{3647-} = 2,5 \Delta D.$$

Ainsi, pour δ Cephei, à la limite de la série de BALMER, le Δm décroît de 0,72.

La baisse du Δm dans l'UV est sans doute en partie masquée, pour STEBBINS, par l'effet des raies d'absorption qui sont plus marquées vers le minimum de lumière.

Courbes de lumière ultra-violettes. — Regardons en détail la détermination des deux Δm ultra-violets. Les courbes de lumière ont été tracées pour les deux fenêtres 3 540 et 3 300.

Dans le tableau VI, colonnes 5 et 6, on trouve le détail des $\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ mesurés directement sur les fenêtres et corrigés de l'absorption atmosphérique. Ces nombres, portés en fonction de la phase, donnent les courbes a) et b) de la fig. 5. Les points de la fig. a) qui n'ont pas de correspondant dans la fig. b) sont marqués par des croix.

On a tracé les deux courbes moyennes. Elles sont mal assurées vers le minimum. Il y a cependant une indication que l'amplitude de la courbe 3 300 est inférieure à celle de 3 540. Formons les Δm :

$$\Delta m_{3540} = 0,53 \times 2,5 = 1,32$$

$$\Delta m_{3300} = 0,48 \times 2,5 = 1,20.$$

Ce sont ces Δm qui sont portées dans la fig. 4.

Gradient ultra-violet. — On a pu espérer que, à partir des mesures faites ainsi directement sur les fenêtres, sans tracé d'enveloppe, pour les spectres de plus forts noircissements, on allait pouvoir déterminer de bons gradients ultra-violets.

La colonne 7 du tableau VI donne le gradient :

$$G_{\delta\epsilon} = -2,30 \frac{d \log I_{\delta}/I_{\epsilon}}{d 1/\lambda} = -11,2 d \log I_{\delta}/I_{\epsilon}$$

calculé à partir des colonnes 5 et 6. Ces gradients sont portés sur la fig. 5 c). (L'échelle est la même que celle des gradients visibles de la fig. 1). Les points sont très dispersés.

TABLEAU VI

COURBES DE LUMIÈRE MONOCHROMATIQUES DANS L'U. V. ET GRADIENT U. V. DE δ CEPHEI

CLICHÉ	DATE	JOUR JULIEN	PHASE	$\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ $\lambda = 3\,540 \text{ \AA}$	$\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ $\lambda = 3\,300 \text{ \AA}$	G. UV
		243	j			
772	26-6-43	0902,52	0,26	+ 0,033	— 0,039	+ 0,81
740	15-9-42	0618,38	0,54	— 0,041	— 0,068	+ 0,30
791	18-8-44	1321,53	0,70	— 0,039	— 0,089	+ 0,56
791	18-8-44	1321,57	0,74	— 0,044	— 0,125	+ 0,91
740	10-9-42	0613,35	0,87	— 0,020		
740	5-9-42	0608,36	1,25	— 0,166		
791	24-8-44	1327,49	1,30	— 0,138	— 0,204	+ 0,74
791	24-8-44	1327,52	1,32	— 0,129	— 0,189	+ 0,56
772	8-7-43	0914,45	1,46	— 0,183	— 0,227	+ 0,49
772	3-7-43	0309,43	1,81	— 0,263	— 0,239	— 0,27
740	11-9-42	0614,35	1,87	— 0,170		
778	27-9-42	0995,39	1,91	— 0,237	— 0,280	+ 0,48
740	6-9-42	0609,34	2,23	— 0,290		
778	22-9-43	0990,39	2,28	— 0,420	— 0,402	— 0,20
772	4-7-43	0910,46	2,83	— 0,406	— 0,366	(— 0,45)
740	2-9-42	0605,39	3,65	— 0,411		
740	3-9-42	0606,37	4,62	— 0,291		
772	25-6-43	0901,51	4,62	— 0,102	— 0,112	(+ 0,11)
791	22-8-44	1325,55	4,73	— 0,290	— 0,353	+ 0,71
772	1-7-43	0907,51	5,26	+ 0,079	+ 0,028	+ 0,57
740	9-9-52	0612,40	5,29	+ 0,019	— 0,028	+ 0,53

Les Colonnes 5 et 6 donnent les $\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ mesurés pour les 2 meilleures « fenêtres » de l'U.V. La Colonne 7 donne le Gradient ultra-violet qui s'en déduit.

Mais on peut aussi calculer les gradients UV à partir des $\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ lus sur les courbes moyennes des fig. 5, *a*) et *b*). Ces gradients sont représentés dans la fig. 5 *d*).

On peut aussi calculer ΔG à partir de Δm_{3300} et Δm_{3540} d'après la formule de la page 5. On obtient $\Delta G = -0,54$. Le ΔG est négatif. Sur la fig. 5, les deux Δm ultra-violets décroissent quand I/λ croît. Le résultat, interprété en température de couleur, signifierait que la T_c au maximum de lumière serait inférieure à la T_c au minimum de lumière.

Le résultat n'est pas sûr parce que les courbes de lumière sont mal assurées, mais même s'il était sûr, on ne pourrait rien en conclure quant à la T_c du fond continu. On opère ici sur deux points, on n'a aucun moyen de se rendre compte de la qualité des fenêtres utilisées. On opère dans une région où le moindre écart sur $\log I_{\delta}/I_{\epsilon}$ se traduit

par des écarts énormes sur le gradient. Une légère absorption variant régulièrement avec la phase peut se traduire, pour le gradient, par une variation de grande amplitude sans aucun rapport avec la T_c du fond continu.

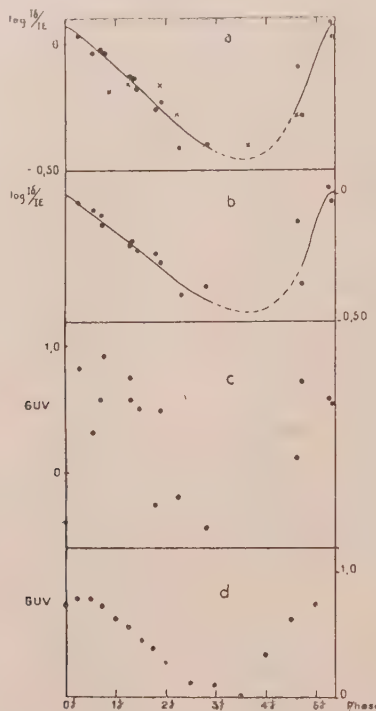


FIG. 5. — δ Cephei fig. a) et b) : $\log I_{\delta}/I_{\varepsilon}$ pour $\lambda = 3\,540$ et $3\,300$ Å. Résultats directs des mesures et courbe moyenne. Les mesures de la fig. a) qui n'ont pas de mesure correspondante dans la fig. b) sont marquées par une croix. Les courbes moyennes sont les courbes de lumière monochromatique pour les deux meilleures « fenêtres » de l'UV.

La région du minimum est mal assurée. Il semble cependant que l'amplitude de variation soit plus grande pour la fig. a) que pour la fig. b), ce qui entraîne la variation anormale du gradient UV trouvée dans la fig. d).

Fig. c) : Gradients UV calculés d'après les points des fig. a) et b).

Fig d) : Gradients UV calculé d'après les courbes moyennes. La variation est anormale. Interprétée en température de couleur, elle signifierait que cette température est maximum au minimum d'éclat. La détermination du gradient UV est sans doute affectée par la qualité des « fenêtres ».

Ainsi : il serait possible, par des observations en haute altitude notamment, d'étudier de plus près la variation du gradient ultra-violet défini par les fenêtres 3 540, et 3 300, mais il serait illusoire, avec une faible dispersion, d'en tirer des conclusions sur la variation de la température de couleur du fond continu dans l'ultra-violet.

DEUXIÈME PARTIE

SOMMAIRE. — *Les mesures de discontinuités faites pour δ Cephei, η Aquilae et ζ Geminorum sont utilisées à l'étude de la variation de la pression électronique et de la gravité effective.*

Un diagramme des pressions électroniques donne p_e en fonction de la température effective, T_e , et de la discontinuité.

Un diagramme des gravités effectives donne G_{eff} en fonction de T_e et de p_e .

Les T_e sont calculés par la méthode de MILNE (variation de la luminosité) à partir de rayons et de magnitudes déterminés par ailleurs et présentent un certain arbitraire.

La méthode, appliquée à δ Cephei pour des T_e particuliers, conduit au résultat suivant :

A T_e égale, les p_e et les G_{eff} sont plus grandes sur la branche montante (fin de période) que sur la branche descendante. En fait, si l'on fait $\log A = 4$, on peut préciser : G_{eff} varie comme la gravité dynamique $g + R''$.

Discussion de la validité et de la généralité de ce résultat qui ne se retrouve pas à première vue dans η Aquilae.

Rapprochement avec les résultats opposés de WALRAVEN dans son étude de la p_e et de la gravité de δ Cephei par les courbes de croissance.

Étude comparée de diverses températures (températures que l'on peut déduire de la variation de la luminosité, températures d'excitation et d'ionisation déduites de l'étude des raies par WALRAVEN et M. SCHWARZSCHILD). Il ressort de la comparaison que toutes les températures, à l'exception de celles que l'on déduit des magnitudes radiométriques, conduisent, pour δ Cephei et η Aquilae à des résultats voisins.

Dans cette seconde partie, on a essayé de passer de la variation de la discontinuité à celle d'autres paramètres encore mal étudiés en utilisant les résultats obtenus ces temps derniers sur l'absorption dans les atmosphères stellaires.

Il y a quelques années, la variation de la discontinuité de BALMER avec le type spectral, telle qu'elle ressortait des mesures de BARBIER et CHALONGE, posait des énigmes. L'introduction de l'ion négatif hydrogène par WILDT, en 1938, la reconnaissance de ses propriétés d'absorption continue et de ses conditions d'existence en fonction de la température et de la pression électronique, p_e , ont porté beaucoup de lumière dans cette question. Il est naturel inversement d'utiliser les discontinuités obtenues ici comme indicatrices des pressions électroniques et par suite aussi des gravités superficielles pour les céphéides.

Le calcul de a discontinuité en fonction de la température effective, T_e , et du coefficient d'absorption, c'est-à-dire en fonction de T_e , et de p_e , quand on néglige les absorbants autres que l'hydrogène (H et H^-), a été fait par CHANDRASEKHAR. Je n'ai eu qu'à prolonger les calculs du côté des faibles T_e et p_e . On aboutit ainsi à un

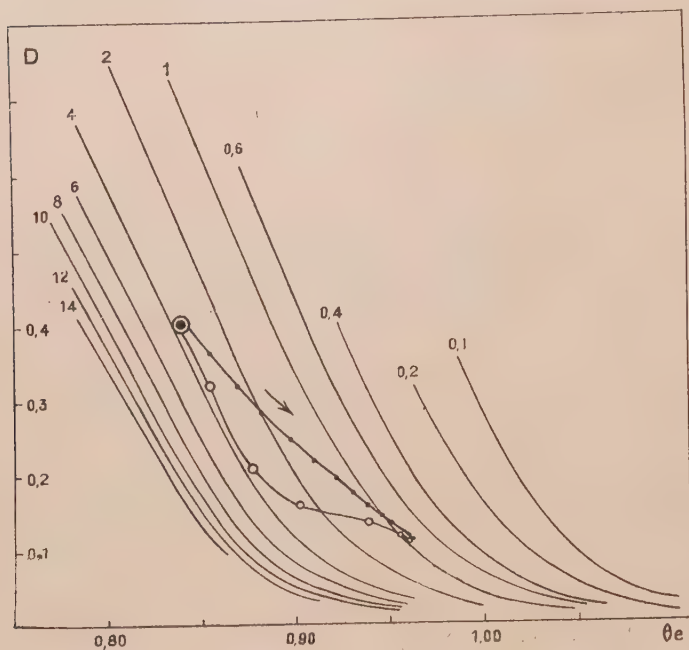


FIG. 6. — Diagramme des p_e et cycle de variation de δ Cephei.

Le diagramme donne la p_e moyenne d'une étoile (p_e à la profondeur optique $\tau = 0,6$) en fonction de la température effective T_e (qui est aussi la température à $\tau = 0,6$) et la discontinuité D .

On a porté sur le diagramme la courbe représentative de la variation de δ Cephei. Les D sont les discontinuités standard de la partie 1, les θ_e sont relatifs à un choix particulier de paramètres (θ_e initial 0,84, rayons de BECKER, m_r de PETTIT et NICHOLSON).

Le maximum d'éclat est marqué par un signe spécial. Les points se rapportent aux phases 0,05, 0,10 ... 0,65. Pour cette dernière phase, l'étoile passe par son minimum de T_e (θ_e max). Les phases suivantes, 0,70 ... 0,95 sont marquées par des cercles.

A T_e égale, la p_e est plus forte sur la branche montante (fin de période) que sur la branche descendante.

diagramme des p_e qui donne p_e en fonction de T_e et de D .

J'ai établi ensuite un *diagramme des gravités* qui donne la gravité superficielle en fonction de T_e et de p_e , en calculant, pour divers T_e et g , des modèles d'atmosphère stellaires en équilibre radiatif et hydrodynamique à la manière de STRÖMGREN. Ce diagramme peut être utilisé à l'étude des céphéides si l'on admet que l'atmosphère d'une céphéide présente, à chaque instant, une structure d'équilibre correspondant à une certaine gravité effective G . Les calculs de structure stellaire se font rapidement par la méthode d'approximations successives de BARBIER.

L'utilisation des deux diagrammes suppose connues les T_e .

Pour une céphéide bien étudiée par ailleurs, les T_e successives peuvent être déduites de la variation de la luminosité quand on se donne une température effective initiale pour une phase déterminée (méthode de MILNE). Mes céphéides sont bien étudiées et la méthode est applicable.

Quand on dispose des T_e et des D , on peut tracer dans le premier diagramme la courbe représentative de la variation des p_e puis dans le second la courbe représentative de la variation des gravités effectives.

Les gravités effectives ainsi trouvées peuvent être comparées aux « gravités dynamiques » d'une part, aux « gravités spectrales » d'autre part. Les premières sont les

gravités $fM/R^2 + R''$ calculées d'après la variation du rayon, selon une représentation schématique simple de la pulsation. Les secondes se déduisent des p_e , déduites elles-mêmes de l'étude des raies d'absorption. Pour en rendre compte, il est nécessaire de faire appel à des modèles plus compliqués de pulsation. Les deux sortes de gravités varient surtout en fin de phase, où elles présentent, les premières un maximum, les secondes un minimum caractérisé.

Pour η Aquilae et ζ Gemi, mes résultats ne sont pas concluants, pour δ Cephei, ils sont tout à fait favorables aux gravités dynamiques.

DIAGRAMME DES PRÉSSIONS ÉLECTRONIQUES MOYENNES

La discontinuité d'une étoile pour l'ensemble du disque s'exprime en fonction du flux à la surface pour deux longueurs d'onde voisines encadrant 3 647 Å :

$$D = \log_{10} \frac{F_{3647+}}{F_{3647-}}.$$

Le flux monochromatique F_ν pour une atmosphère stellaire en équilibre radio-actif et en équilibre thermodynamique local a été calculé numériquement par BURKHARDT [6], en 1936, pour diverses valeurs de T_e et du rapport $\kappa_\nu/\bar{\kappa}$, supposé constant en profondeur.

Dans les applications au calcul de D , BURKHARDT calculait $\kappa_\nu/\bar{\kappa}$ avec le $\bar{\kappa}$ de ROSSELAND, en considérant comme absorbants l'hydrogène atomique et les métaux. Le calcul donnait la variation de D en fonction de T_e et les variations obtenues, pour diverses proportions d'H et de métaux cadraient très difficilement avec les résultats expérimentaux.

En 1939, WILDT a introduit l'ion négatif hydrogène et a montré que les propriétés absorbantes de H^- rendaient compte de la variation de la discontinuité, devenue $D(T_e, p_e)$, avec le type spectral [7].

En 1946, CHANDRASEKHAR et MÜNCH [8] ont repris le calcul de la discontinuité à l'aide du diagramme de BURKHARDT, en utilisant comme coefficient d'absorption moyen le $\bar{\kappa}$ de CHANDRASEKHAR et en tenant compte, comme absorbants, de H et de H^- . $\kappa_\nu/\bar{\kappa}$ est calculé pour la profondeur optique $\tau = 0,6$, profondeur où la température est sensiblement égale à la température effective et qui est considérée comme une profondeur optique moyenne pour l'atmosphère. Le calcul conduit à un diagramme donnant la pression électronique à $\tau = 0,6$ (p_e moyenne) en fonction de la discontinuité et de la température effective (plus exactement de $\theta_e = \frac{5\,040}{T_e}$). Dans ce diagramme de CHANDRASEKHAR et MÜNCH, les θ_e vont de 0,5 à 0,9 et les p_e de 10^4 à 10^5 .

Pour l'étude des céphéides, on a prolongé le diagramme vers les variables T_e et p_e . Le calcul de $\kappa_\nu/\bar{\kappa}$ pour de nouvelles conditions T_e, p_e , est immédiat :

Les coefficients moyens de CHANDRASEKHAR, pour une étoile de température effective T_e , et pour $\theta_e = 0,6$, sont donnés dans [8] pour H et H^- (sous le nom de a (H) et $a(H^-)$ jusqu'à $\theta_e = 1,2$.

Le κ , provenant de l'hydrogène atomique se calcule facilement pour $3\,647_+$ et $3\,647_-$, par exemple à l'aide des données de STRÖMGREN [9]. Le κ de H^- pour $\lambda = 3\,647$ a été pris dans [10].

Le diagramme des p_e adapté à l'étude des céphéides est donné par la figure 6.

Remarque. — Pour établir le diagramme des p_e , la composition de la matière stellaire n'a pas été précisée. On a seulement admis que l'absorption par H et H^- était prépondérante. La présence de matière non absorbante ou de matière dont l'absorption peut être négligée en première approximation n'est pas exclue.

DIAGRAMME DES GRAVITÉS EFFECTIVES G

STRÖMGREN [9] a calculé des structures d'atmosphères stellaires en équilibre radiatif et hydrostatique à partir de l'équation :

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{g}{\bar{\kappa}}.$$

p = pression totale

τ = profondeur optique moyenne

g = gravité superficielle (fm/R^2)

$\bar{\kappa}$ = coefficient d'absorption moyen par gramme de matière stellaire.

L'intégration se fait de proche en proche quand on se donne la température effective (qui règle la correspondance entre T et τ), la gravité, et aussi, dans ses grandes lignes, la composition de la matière stellaire. On obtient finalement la distribution des p , p_e et $\bar{\kappa}$ en fonction de τ .

Les céphéides ne sont pas en équilibre, mais on peut faire l'hypothèse que la structure de leur atmosphère à chaque instant est la structure d'équilibre qui correspond à une certaine gravité effective, G .

Nous avons donc intégré :

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{G}{\bar{\kappa}}$$

pour diverses valeurs de T_e et de G . A un couple de valeurs T_e , G correspond, en particulier, pour $\tau = 0,6$, une p_e qui est la pression électronique moyenne de CHANDRASEKHAR (celle qui figure dans le diagramme des p_e). On établit ainsi une relation T_e , $p_e(\tau = 0,6)$, G .

Calcul des structures d'atmosphères stellaires. — Les calculs ont été faits par la méthode d'approximations successives de BARBIER [11].

Comme fonction $T(\tau)$, j'ai continué à utiliser la formule de première approximation :

$$T = T_e \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{4} \tau \right)^{1/4}.$$

Pour faire les calculs, on a supposé l'atmosphère stellaire composée uniquement d'hydrogène et d'une faible proportion de métaux (on verra que les résultats s'étendent facilement à des cas plus généraux).

Au point de vue de l'absorption, on n'a tenu compte que de l'hydrogène (H et H^-). Le $\bar{\kappa}$ par gramme de matière, pour une profondeur optique τ , est donc le coefficient d'absorption moyen de CHANDRASEKHAR pour H et H^- par gramme d'hydrogène aux conditions régnant dans la couche considérée. Il est nécessaire, cependant, de fixer l'abondance des métaux, car ceux-ci contribuent largement, surtout aux basses températures envisagées ici, à la pression électronique. On a fait une série de calculs avec $\log A = 4$ et une autre série avec $\log A = 3$, en admettant que chaque atome de métal était ionisé une fois.

Calcul de $\bar{\kappa}$. — Soit $\tau = 0,01 \ 0,02 \dots 0,55 \ 0,60$ la série des τ qui interviennent dans l'intégration. Pour une température effective donnée, il lui correspond une série de T .

Les $\bar{\kappa}$, pour chaque profondeur optique, sont les $\bar{\kappa}$ de CHANDRASEKHAR pour H et H^- dans la couche T d'une étoile de température effective T_e . Ils sont fonction de T et de T_e par l'intermédiaire des $F_\nu^{(1)}$. Les éléments nécessaires à leur calcul sont données dans [12] mais le calcul est long.

Soit alors une étoile de T_e quelconque. A chaque couche de température T de l'étoile, j'ai fait correspondre les $a(H) [T_e]$ et $a(H^-) [T_e]$ de [8] considérés comme de vulgaires fonctions de T .

Soit $a(H) [T_e, T]$ et $a(H^-) [T_e, T]$ les coefficients auxquels aurait conduit un calcul rigoureux. Les $a(T_e)$ sont de très bonnes approximations des $a(T_e, T)$ (parce que les flux $F_\nu^{(1)}$ ne se déforment que lentement). J'ai cependant calculé, pour deux T_e , quelques $a(T_e, T)$ ce qui m'a permis d'apporter par interpolation graphique, de petites corrections aux résultats d'ensemble. Les corrections sont de l'ordre de 0,02 sur les $\log G$.

Méthode d'approximation de Barbier. — La méthode est donnée dans [11] avec des fautes d'impression. Les notations sont aussi un peu différentes. Je rappelle rapidement le principe ⁽¹⁾

On veut intégrer :

$$\frac{dp}{dt} = \frac{g}{\frac{1-x}{m_H} [a(H^-)p_e + a(H)]}.$$

⁽¹⁾ La Méthode est très voisine de celle donnée par MÜNCH dans [13].

Dans les conditions envisagées, on peut poser :

$$p \frac{dp}{dt} \sim \frac{g}{\frac{a(\text{H}^-)}{m_{\text{H}}} \times \frac{p_e}{p}}$$

$$\frac{p_e}{p} \sim x_{\text{H}} + \frac{1}{\text{A}} \sim \frac{\varphi_1}{p_e} + \frac{1}{\text{A}} \text{ (notations usuelles).}$$

On considère alors deux cas suivant que les électrons libres proviennent surtout des métaux ou de l'hydrogène.

1^{er} cas : on pose $\frac{p_e}{p} = \frac{1}{\text{A}}$

d'où

$$p^2 = 2 \text{A} g \int \frac{d\tau}{\frac{a(\text{H}^-)}{m_{\text{H}}}} \quad \text{et } p_e = \frac{p}{\text{A}}$$

2^e cas : on pose $\frac{p_e}{p} = \frac{\varphi_1}{p_e}$

d'où

$$p^{3/2} = \frac{3}{2} g \int \frac{d\tau}{\frac{a(\text{H}^-)}{m_{\text{H}}} \sqrt{\varphi_1}} \quad \text{et } p_e = p \sqrt{\varphi_1}.$$

Ayant des p et p_e de 1^{re} approximation, on revient à l'équation initiale que l'on peut écrire :

$$p^2 = 2 g \int \frac{d\tau}{(1-x) \left[\frac{a(\text{H}^-)}{m_{\text{H}}} + \frac{1}{p_e} \frac{a(\text{H})}{m_{\text{H}}} \right] \left[\frac{\varphi_1}{p_e} + \frac{1}{\text{A}} \right]}$$

et que l'on calcule à partir des résultats de première approximation en lui apportant les simplifications que l'on juge bon suivant les cas.

Matière non absorbante. — Teneur en hélium. — D'après une remarque de STRÖMGREN [9 p. 9], les structures que nous avons calculées restent utilisables pour des atmosphères qui contiendraient, en plus de l'hydrogène et des métaux, une proportion importante de matière non absorbante (contribuant à la gravité sans contribuer à l'opacité).

Soit, par exemple, une étoile contenant poids égal de H et He, hypothèse considérée comme vraisemblable. Le coefficient d'absorption moyen, par gramme de matière, diminue de moitié. Soit toujours κ le coefficient d'absorption par gramme d'hydrogène. L'équation à résoudre devient :

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{2 G}{\kappa}.$$

Ainsi, pour un T_e donné, si une structure stellaire a été calculée pour une atmosphère composée uniquement d'hydrogène et pour la gravité G , cette même structure reste valable pour une atmosphère contenant poids égal de H et de He, pour la gravité $G/2$.

Par la suite, nous seront amenés à distinguer le cas d'une atmosphère « sans He » et d'une atmosphère « avec He ». « Avec He » voudra dire : contenant poids égal de H et de He.

Le diagramme des G effectives est donné par la figure 7.

RAYONS ET GRAVITÉS DYNAMIQUES

Nous venons d'obtenir deux diagrammes, qui, si les températures effectives étaient connues, permettraient de passer des discontinuités aux pressions électroniques puis aux gravités effectives. Pour obtenir des T_e , nous allons appliquer la méthode de MILNE (variation de la luminosité), en utilisant des paramètres, magnitudes et rayons, déterminés par ailleurs. De plus, quand nous aurons obtenu des gravités effectives, il sera intéressant de les comparer aux gravités dynamiques : $fM/R^2 + d^2R/dt^2$ (nous écrirons plus rapidement : $g + R''$) qui pourraient jouer le rôle de gravités effectives dans des étoiles en pulsation.

Comme travail préparatoire à la détermination des T_e d'abord, aux discussions sur les gravités ensuite, il est commode de donner ici, pour les rayons et les gravités dynamiques, les résultats obtenus récemment pour nos trois étoiles. Par la suite, nous utiliserons de préférence les données de W. BECKER [14] qui existent pour les trois étoiles et reposent sur une large base expérimentale, mais nous donnerons aussi les résultats obtenus par d'autres auteurs, de façon à ne pas perdre de vue la marge d'incertitude qui entoure les déterminations. Dans tout ce qui suit, en effet, nous cherchons moins à fixer des valeurs pour la pression électronique et la gravité effective qu'à dégager une allure de la variation de ces paramètres qui subsiste quand on reste, pour l'ensemble des paramètres mieux étudiés, dans un domaine général de vraisemblance.

RAYONS. — La méthode complète de détermination du rayon des céphéides,

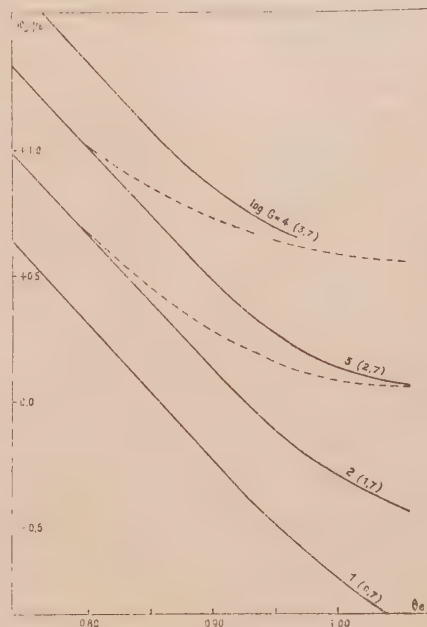


FIG. 7. — Diagramme des $\log G$ effectives.

Le diagramme donne les G effectives en fonction de θ_e et de $\log p_e$ (les p_e sont celles du diagramme 6). Les courbes en traits pleins sont les courbes de gravité constante pour $\log A = 4$. Les courbes en pointillé sont relatives à $\log A = 3$. Les mêmes courbes représentent les courbes $\log G = 1, 2, 3, 4$ pour une atmosphère sans He et les courbes $\log G = 0,7, 1,7, 2,7, 3,7$ pour une atmosphère avec He.

indiquée par BAADE [15] et par BOTTLINGER [16] en 1926 et 1928, consiste à déterminer indépendamment :

$$1) R - R_{\min} = \Delta R = A$$

$$2) R/R_{\min} = B$$

d'où on tire :

$$R_{\min} = \frac{A}{B-1} = \frac{\Delta R}{B-1}.$$

1) Le ΔR pour chaque phase se déduit des mesures de la vitesse radiale observée pour l'ensemble du disque stellaire, ρ , et de la vitesse d'expansion du rayon qu'on en tire en posant :

$$\text{soit } dR/dt = -a\rho, \quad \text{soit } dR/dt = -\rho.$$

Il a paru d'abord que, pour passer de la vitesse radiale observée à la variation du rayon, il convenait de multiplier la vitesse radiale (résultat de la projection des vitesses d'expansion sur la ligne de visée) par un facteur a plus grand que 1, pour lequel EDDINGTON [17] a donné la valeur 1,4 (compte tenu de l'assombrissement centre-bord). Puis, certains auteurs ont pensé qu'il y avait lieu de tenir compte de plusieurs facteurs dont les effets pouvaient bien se compenser, et ont supprimé le facteur a , mais avec la réserve que les ΔR obtenus par intégration des dR/dt représentaient plutôt alors des valeurs minima qu'on pourrait être amené à multiplier par un facteur plus grand que 1.

2) Les $R/R_{\min}$ se déduisent de considérations de photométrie. Il s'agit d'obtenir, pour une longueur d'onde ou une région spectrale, la variation de l'éclat rapporté à l'unité de surface, de façon à discriminer, dans la variation totale de l'éclat, la part qui provient de la variation de la radiance et celle qui provient de la variation de la surface rayonnante (part de la variation relative du rayon). L'écueil à éviter est l'hypothèse du rayonnement de corps noir.

Ce qu'il est utile de remarquer, c'est que, dans une détermination complète du rayon, le $R_{\min}$ est solidaire de ΔR . Si, après avoir déterminé le ΔR sans facteur a ($dR/dt = -\rho$), on décide de le déterminer avec facteur a , ($dR/dt = -a\rho$), c'est le rayon tout entier qui est à multiplier par a (homothétie sur les rayons).

Ceci dit, voici les résultats obtenus dernièrement pour les trois céphéides :

TABLEAU VII

	W. BECKER		VAN HOOFF		WESSELINK		SCHWARZSCHILD		GETTING	
	R min	ΔR	R min	ΔR	R min	ΔR	R min	ΔR	R min	ΔR
δ Ceph.	22,0	2,62	17,2	2,51	24,6	3,50	22,1	3,57	20,0	3,47
η Aqil.	37,1	3,37	—	—	—	—	22,6	4,63	30,0	4,43
ζ Gemi.	39,3	3,35	24,8	3,45	—	—	—	—	—	—

Le tableau donne le rayon minimum et le ΔR maximum. Unité = 10^6 km.

W. BECKER [14], VAN HOOFF [18] et WESSELINK [19] ont fait une détermination complète du rayon d'après le schéma BAADE-BOTTLINGER et suivant des méthodes photométriques diverses. Leurs R min et ΔR sont donc solidaires. W. BECKER et VAN HOOFF ont calculé leurs ΔR (et par suite aussi leur R min) sans facteur multiplicatif. Il n'est donc pas exclu que leurs R min et ΔR aient à être multipliés par un facteur a plus grand que 1. WESSELINK au contraire a utilisé le facteur $a = 1,4$.

Aux résultats de ces trois auteurs, on a joint les R min et ΔR adoptés par GETTING [20] dans son application de la méthode de MILNE à l'étude de δ Cephei et de η Aquilae, et par M. SCHWARZSCHILD dans son étude de la pulsation des atmosphères de δ Cephei [21] et de η Aquilae [22]. GETTING et SCHWARZSCHILD ont déterminé leurs ΔR avec facteur multiplicatif 1,4. Leur R moyen d'autre part ressort d'un examen critique de résultats obtenus par ailleurs (parallaxe d'après la relation période-luminosité de SHAPLEY [23], T_e ou diamètre angulaire d'après PETTIT et NICHOLSON).

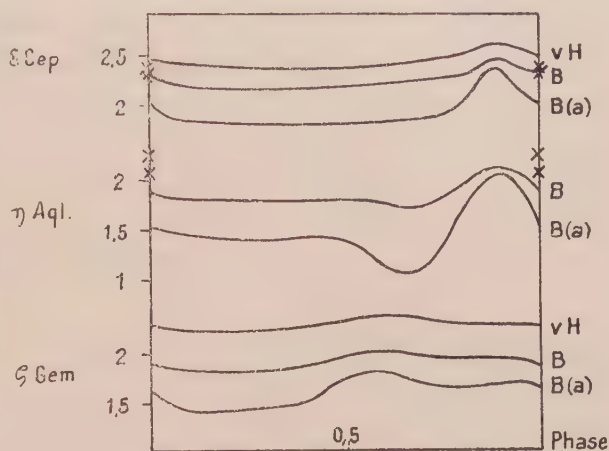


FIG. 8. — Gravités dynamiques; $\log (g + R'')$.

Gravités dynamiques calculées pour chaque céphéide à partir des rayons de différents auteurs.

GRAVITÉS DYNAMIQUES $g + R''$. —

Pour passer des rayons aux gravités dynamiques $fM/R^2 + d^2R/dt^2$ j'ai utilisé les masses de W. BECKER [14].

δ Cep	η Aql	ζ Gem
$\log \frac{\mu}{\mu_{\odot}} = 0,84$	0,90	1,00

W. BECKER les a calculées par application de la relation masse-luminosité aux luminosités auxquelles il est conduit par ses déterminations de rayons, lesquelles sont en bon accord avec la relation période-luminosité de SHAPLEY.

La figure. 8 donne les $\log (g + R'')$ calculés à partir de ces masses et des rayons de W. BECKER, VAN HOOFF et WESSELINK et aussi des rayons BECKER (a). (J'appelle ainsi les rayons de BECKER calculés avec introduction du facteur multiplicatif $a = 1,4$). Les gravités de SCHWARZSCHILD et GETTING figurent par leur valeur initiale.

Nous reviendrons sur la variation des gravités dynamiques quand nous aurons déterminé celle des gravités effectives. Cependant deux remarques s'imposent.

Maximum de $\log (g + R'')$ en fin de phase : Comme il est bien connu, pour δ Cephei et η Aquilae, qui sont des céphéides de type classique (courbe de lumière dissymétrique),

$\log (g + R'')$ passe par un maximum rapide en fin de phase (rayon minimum, R'' maximum). Le maximum est d'ailleurs dû pour la plus grande part à R'' , qui est négligeable devant g , excepté à ce moment de la période. Le tableau IX donne l'amplitude de la variation de $\log (g + R'')$ pour δ Cephei dans les différents cas.

Influence du facteur multiplicatif a sur l'amplitude de la variation de $\log (g + R'')$. — Par comparaison des courbes BECKER et BECKER (a), on voit comment se traduit sur $g + R''$ l'introduction d'un facteur multiplicatif a .

Les $\log (g + R'')$, dans leur ensemble, diminuent.

Mais surtout, l'amplitude de variation de $\log (g + R'')$ grandit énormément : parce que R'' , qui en est surtout responsable, est multiplié par a , et s'ajoute à un terme g divisé par a^2 . Donc : *L'amplitude de variation des $g + R''$ est très sensible à une homothétie sur les rayons. Elle est grande avec le facteur multiplicatif a .*

TEMPÉRATURES EFFECTIVES

Les températures effectives vont être obtenues en deux temps :

- 1) Choix d'un θ_e initial ;
- 2) Détermination des θ_e en cours de période.

1) *Choix d'un θ_e initial.* — Fixer le θ_e correspondant au maximum de lumière pour chacune des céphéides serait une opération difficile, mais nous verrons qu'heureusement le θ_e initial a peu d'importance pour la question qui nous occupe (détermination de l'allure de la variation de p_e et G eff au cours de la période) de sorte qu'il peut être choisi de façon assez arbitraire. On pourrait par exemple adopter comme T_e initial la moyenne des T_e proposés récemment par différents auteurs. Nous avons préféré employer une méthode qui fait intervenir les gravités, et qui d'ailleurs conduit à peu près aux mêmes résultats.

Un θ_e initial porté dans le diagramme des p_e avec la discontinuité initiale, puis dans le diagramme des G eff conduit à une gravité effective initiale. On a fait l'hypothèse que cette G eff, qui est supposée régler la structure d'une atmosphère à chaque instant, est la gravité dynamique $g + R''$. Pour chaque variable, les $\log (g + R'')$ de la figure 8 déterminent, pour la phase initiale, un domaine de gravités dynamiques vraisemblables. A ce domaine correspond un domaine de θ_e initiaux vraisemblables : les θ_e qui, portés dans les diagrammes avec la D initiale conduisent à une G eff qui soit une valeur vraisemblable de la gravité dynamique.

L'hypothèse G eff = $g + R''$ sera plus ou moins justifiée par la suite. Son emploi se justifie pour le moment par le fait qu'il est commode et conduit à des θ_e de l'ordre de grandeur voulu.

Appliquons la méthode à chacune des céphéides.

δ Cephei. — Prenons un θ_e quelconque, par exemple $\theta_e = 0,80$. Entrons dans le

diagramme des p_e avec $\theta_e = 0,80$ et $D = 0,40$ (D de δ Cephei pour la phase zéro). On obtient $p_e = 10$. Entrons dans le diagramme des G eff ⁽¹⁾ avec $\theta_e = 0,80$ et $\log p_e = 1$. On obtient $\log G = 3$ (ou $\log G = 2,7$ pour une atmosphère avec He). Recommençons en faisant $\log \theta_e$ initial $= 0,82$ $0,84 \dots$ on obtient, dans le diagramme des $\log G$, une courbe (sensiblement une droite) qui donne, pour chaque θ_e pris comme θ_e initial, le $\log G$ correspondant (cf. fig. 9).

Nous faisons l'hypothèse que la gravité effective G est la gravité dynamique $g + R''$. D'après la figure 8, le $\log (g + R'')$ initial de δ Cephei va, suivant les auteurs, de 2,00 à 2,50 environ. Cela correspond, pour le θ_e initial, à un domaine de vraisemblance qui va de 0,86 à 0,83 pour une atmosphère sans hélium de 0,84 à 0,81 pour une atmosphère avec hélium. Ainsi on peut penser que la valeur de θ_e , au maximum de lumière, pour δ Cephei, peut être choisie entre 0,86 et 0,81. Cela correspond à une température effective maximum comprise entre 5 860° et 6 200°.

Ces valeurs d'un bon ordre de grandeur :

PETTIT et NICHOLSON [24], par la water-cell absorption, trouvent comme T_e max. de δ Cephei 5 500° ⁽²⁾.

GETTING [20] choisit 6 600°, comme moyenne de températures de natures diverses.

M. SCHWARZSCHILD [21], augmentant de 100° le T_e max de PETTIT et NICHOLSON, adopte 5 600°.

GÜNTHER [4], rattachant ses gradients aux indices de couleur de W. BECKER [25] et passant de ceux-ci aux T_e suivant la méthode de KUIPER [26] trouve 6 250°.

η Aquilae. — Les $\log (g + R'')$ initiaux vont de 1,50 à 2,25. Le domaine correspondant du θ_e initial va environ de 0,91 à 0,85.

T_e maximum entre 5 540° et 5 930°.

PETTIT et NICHOLSON donnent 5 100°.

M. SCHWARZSCHILD [22] donne 5 760°.

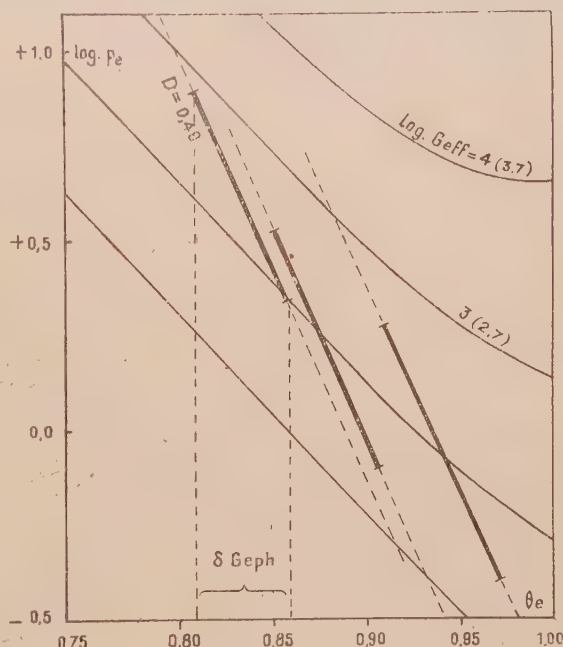


FIG. 9. — Domaines de θ_e initiaux vraisemblables.

La figure donne le domaine des θ_e initiaux vraisemblables de chacune des variables. D'après la figure 8, la gravité dynamique de δ Cephei par exemple, pour la phase zéro, varie, suivant les auteurs de 2, à 2,5. La gravité effective de δ Cephei pour cette même phase (pour laquelle $D = 0,40$), quand on affecte à cette phase divers θ_e , décrit dans le diagramme des $\log G$ la droite $D = 0,40$. Si on veut que G reste compris entre 2 et 2,5, le θ_e initial doit rester compris dans l'intervalle 0,81 — 0,86.

⁽¹⁾ Nous utilisons le diagramme des $\log G$ établi avec $\log A = 4$ pour la raison, qui sera donnée page 37.

⁽²⁾ Cf. note de la page 35.

ζ Gemi. — Le $\log (g + R'')$ initial va de 1,60 à 2,20.

Domaine vraisemblable du θ_e initial : 0,97 — 0,91.

T_e maximum entre 5 195° et 5 540°.

GÜNTHER, passant des indices de couleur de BOTTLINGER aux indices de couleur de BECKER et de ces derniers à la T_e d'après la méthode de KUIPER, donne 5 350°.

Ainsi, nous pourrions adopter comme domaines de θ_e initiaux vraisemblables pour chaque céphéide :

TABLEAU VIII

	θ_e initial	T_e max.
δ Cephei	0,86 — 0,81	5 850 — 6 200
η Aquilae	0,91 — 0,85	5 550 — 5 900
ζ Geminorum	0,97 — 0,91	5 200 — 5 550

2) *Détermination des θ_e avec la phase.* — A partir d'un θ_e initial, on déterminera les θ_e successifs par la méthode de MILNE. Cette méthode, qui n'est qu'un fragment d'une méthode très générale indiquée par MILNE pour l'étude des étoiles variables [27], consiste simplement à utiliser la définition de la luminosité :

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$$

sous la forme :

$$m_b = \text{Cte} - 5 \log R - 10 \log T_e.$$

La méthode a été appliquée par GETTING à δ Cephei et η Aquilae. Voici en quoi elle consiste :

On suppose connus les rayons, certaines magnitudes, par ex. les magnitudes radiométriques, m_r , ou les magnitudes visuelles m_v , et les corrections bolométriques correspondantes telles que :

$$m_b = m_r - \Delta m_r (T_e)$$

$$m_b = m_v - \Delta m_v (T_e)$$

Soient par exemple connus les m_r . On se donne T_e pour la phase initiale. On calcule Δm_r avec un T_e approché, par exemple le T_e de la phase précédente.

On porte $m_r - (\Delta m_r)_0$ dans l'équation, on obtient un $(T_e)_1$

On porte $m_r - (\Delta m_r)_1$ dans l'équation, on obtient un $(T_e)_2$

et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on trouve deux fois le même T_e .

Corrections bolométriques. — La méthode s'applique, en principe, à partir de n'importe quelle magnitude et des corrections bolométriques correspondantes, mais on n'a pas de corrections bolométriques rigoureuses.

Pour δ Cephei et η Aquilae, on dispose des m et Δm de PETTIT et NICHOLSON [24].

Les m_r comportent des corrections instrumentales et des corrections d'absorption atmosphérique calculées comme si l'étoile rayonnait comme un corps noir. Pour les étoiles de type inférieur à FO (et supérieur à K), les Δm_r sont petits, et on admet que les m_b conduisent à de bonnes approximations des m_r .

Les magnitudes visuelles comportent aussi des corrections bolométriques (comme par ex. les Δm_b de EDDINGTON [17]) qui supposent aussi l'hypothèse de rayonnement de corps noir. Ce qu'on obtient avec la méthode de MILNE quand on opère à partir des m_v (les rayons étant supposés connus) c'est donc par définition la température de brillance de l'étoile dans le visible (température du corps noir dont la brillance, dans le visible, est égale à la brillance équivalente de l'étoile dans le visible).

D'une façon plus précise : appliquons la méthode de MILNE avec les rayons de W. BECKER, les m_v monochromatiques de W. BECKER pour $\lambda = 5\,570 \text{ \AA}$ et les Δm_v monochromatiques correspondants (qui sont d'ailleurs presque identiques aux Δm_b de EDDINGTON). Ce qu'on obtient comme températures, ce sont les températures de brillance introduites par W. BECKER dans sa détermination des $\Delta R/R$ min, pour éviter précisément de faire intervenir le rayonnement total et l'hypothèse de rayonnement de corps noir.

Ainsi, quand on opère avec des m_v et des Δm_v de corps noir, on sait ce qu'on fait et on sait qu'on reste à côté des T_e . Quand on opère avec les m_r et les Δm_r on sait moins bien ce qu'on fait et on peut espérer obtenir une meilleure approximation des T_e mais seule une connaissance plus étendue de la répartition spectrale des céphéides pourra donner des garanties sur ce point.

On pourrait penser à utiliser les δm_v introduits par KUIPER [26] pour transformer les Δm_v de corps noir en véritables corrections bolométriques. Mais la détermination de ces δm_v repose principalement, pour les spectres avancés, sur les magnitudes bolométriques tirées des m_r et Δm_r de PETTIT et NICHOLSON. Ce sont donc ces dernières, en définitive, qui font autorité pour les spectres considérés ici et ce sont celles que nous utiliserons de préférence ⁽¹⁾.

Trois éléments d'arbitraire s'introduisent dans le calcul des θ_e par la méthode de MILNE :

Choix d'un θ_e initial précis.

Choix des rayons.

Choix des magnitudes et des corrections bolométriques correspondantes.

Nous allons commencer par appliquer la méthode à δ Cephei dans des conditions déterminées. Une fois obtenu un premier résultat pour la variation des pressions électroniques et des gravités superficielles, nous essaierons de voir dans quel sens et dans quelle mesure le résultat dépendra des éléments d'arbitraire signalés.

⁽¹⁾ KUIPER fait des réserves au sujet des températures de water-cell absorption qui pourraient être un peu basses pour les types spéciaux considérés ici, mais nous n'utilisons que les Δm_r .

δ CEPHEI. VARIATION DE θ_e , p_e ET G EFFECTIVE

Les θ_e de δ Cephei ont été calculés à partir du θ_e initial 0,84 et en utilisant

pour le calcul des θ_e succesifs les rayons de W. BECKER et les m_r et Δm_r de PETTIT et NICHOLSON.

Les résultats sont les suivants :

Températures effectives (fig. 13). — T_e part de sa valeur maximum ($\theta_e = 0,84$) décroît lentement jusqu'à la phase 0,65 ($\theta_e = 0,96$) et revient rapidement à son point de départ. Amplitude de la variation : $\Delta\theta_e = 0,12$.

Pression électronique moyenne (fig. 6). — p_e décroît avec T_e jusqu'à la phase 0,65 et croît ensuite rapidement. Le maximum, déjà atteint vers la phase 0,90 se maintient jusqu'à la phase zéro.

La courbe représentative de la variation de p_e ne revient pas sur elle-même, elle forme une boucle : à T_e égale aux environs du maximum, les p_e sont plus élevés sur la branche montante (fin de période), que sur la branche descendante.

Gravités effectives (fig. 10, cycle central). — L'effet de boucle présenté par les p_e entraîne un effet semblable sur les G eff : à T_e égale, aux environs du maximum, les T_e sont plus élevés sur la branche montante que sur la branche descendante.

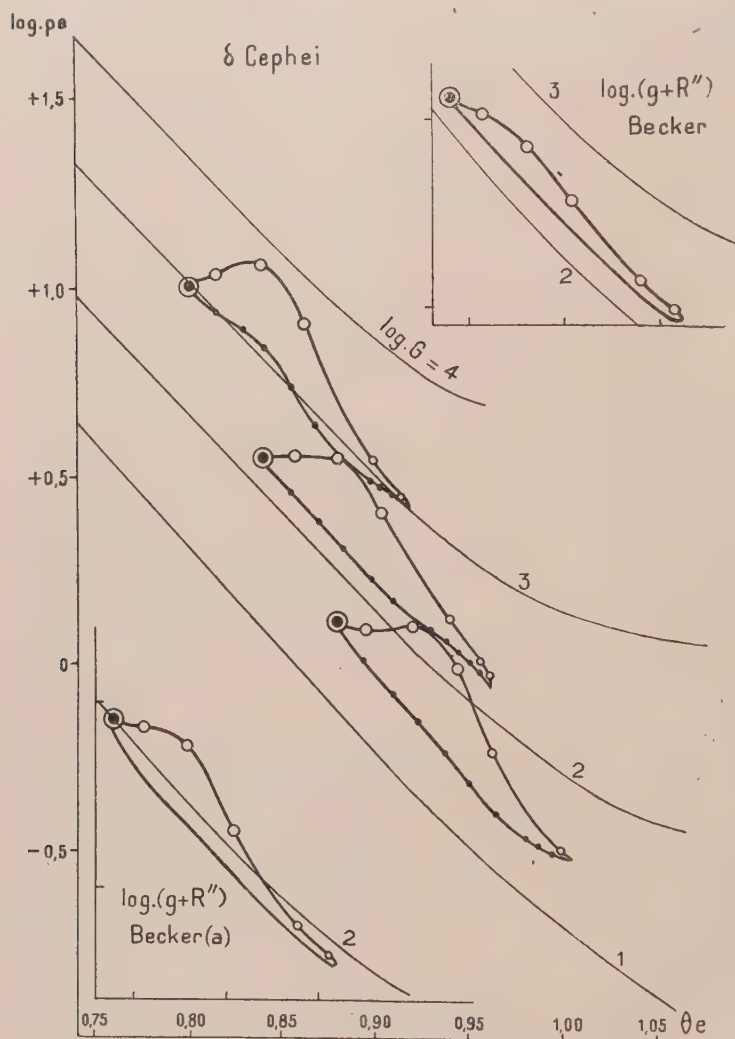


FIG 10. — Cycle de variation de δ Cephei dans le diagramme des $\log G$ ($\log A = 4$).

Le cycle central fait suite au cycle de variation de la figure 6 (θ_e initial 0,84, rayons de BECKER, m_r). Les deux cycles qui l'encadrent, calculés avec les θ_e initiaux 0,80 et 0,88, montrent qu'on peut faire varier le θ_e initial dans son domaine de vraisemblance sans que l'allure de la variation de $\log G$ soit altérée.

Les cycles en haut à droite et en bas à gauche représentent la variation de $g + R''$ calculée avec les rayons BECKER et BECKER (a). Pour tracer ces cycles on a adopté pour chaque phase les θ_e qui ont servi à tracer le cycle central (θ_e initial = 0,84).

Tous les cycles ont un air de famille. ●

D'une façon plus précise, d'après la figure 10, G_{eff} varie peu jusqu'à la phase 0,75, puis augmente rapidement et passe par un maximum pour les phases 0,85 0,90 0,95. Autrement dit, il y a accord qualitatif entre la variation des G_{eff} et celle des gravités dynamiques $g + R''$ (cf. fig. 8). Le résultat ainsi précisé vaut pour le diagramme de la figure 10, qui est relatif à $\log A = 4$ et ne serait plus vrai pour le diagramme $\log A = 3$ (cf. fig. 7).

Nous estimons que ce résultat est favorable aux deux hypothèses : $\log A = 4$, G_{eff} égale ou apparentée à $g + R''$.

Quantitativement, l'amplitude de la variation des $\log G_{\text{eff}}$ est d'environ 0,70, donc bien supérieure aux amplitudes trouvées dans tous les cas pour le $g + R''$ de δ Cephei (cf. tableau IX et fig. 8).

DISCUSSION

Nous venons d'obtenir pour δ Cephei, à partir des discontinuités expérimentales et d'une suite de θ_e obtenus par la méthode de MILNE, un cycle de variations des p_e et des $\log G_{\text{eff}}$ qui présente un effet de boucle. Cet effet ne découle pas directement des D , mais dépend des températures adoptées (des phases qui, sur la branche montante et la branche descendante, sont dites de T_e égale).

Pour éprouver la réalité de l'effet trouvé, nous allons tâcher de voir comment il dépend de chacun des trois éléments d'arbitraire qui s'introduisent dans le calcul des θ_e (cf. page 108). Nous verrons aussi en passant comment chacun de ces éléments agit sur l'amplitude de la variation des θ_e , bien que le $\Delta\theta_e$ n'intéresse pas directement l'effet de boucle.

1) INFLUENCE DU θ_e INITIAL. — Sur la figure 10 ; on a tracé les cycles représentatifs de la variation de $\log G$ pour trois valeurs du θ_e initial : 0,80 0,84, 0,88. On voit que le θ_e initial, s'il influe sur la valeur des p_e et des G , influe peu sur l'allure de leur variation. Les cycles se déplacent dans le diagramme sans presque se déformer.

De même le θ_e initial influe peu sur l'amplitude de variation des θ_e , qui reste voisine de 0,12 pour les trois θ_e initiaux considérés (0,119 0,122 0,124).

Ceci provient de ce que, pour les températures envisagées, les Δm_r varient peu. Les différences de m_b calculées d'une phase à l'autre se maintiennent sensiblement égales quel que soit le θ_e initial et il en est de même des différences de $\log T_e$.

2) INFLUENCE DES RAYONS. — *Influence des rayons sur l'effet de boucle.* — Les rayons interviennent dans le calcul des T_e par des différences de logarithmes (ou : le rayon participe à la variation de la magnitude bolométrique par ses variations relatives). En conséquence, une homothétie sur les rayons (introduction d'un facteur multiplicatif a , qui multiplie à la fois R_{min} et les ΔR) et sans effet sur les θ_e .

Mais il n'en est pas de même d'une disproportion entre les ΔR et $R_{\min}$: il est facile de voir qu'un $\Delta R / R_{\min}$ trop grand favorise l'effet de boucle tandis qu'un $\Delta R / R_{\min}$ trop petit le diminue.

Considérons en effet le cycle des p_e au voisinage du max de lumière (fig. 11 b). Quand on part du max de lumière, le rayon croît, T_e décroît (fig. 11 a). Rayons et T_e agissent au sens opposé sur la variation de m_b . Si $R_{\min}$ a été pris trop petit, l'augmentation relative des rayons est trop grande. On la compense, pour rendre compte de la variation de magnitude observée, par une diminution de $\log T_e$ (par une augmentation de θ_e) trop grande. Les *points* représentatifs sont déplacés vers la droite (petits p_e). Au contraire, quand on se dirige vers le max, rayons et T_e agissent dans le même sens sur les magnitudes. Les *cercles* représentatifs sont déplacés vers la gauche. La boucle des p_e s'élargit et il en est de même de celle des $\log G$ (fig. 11 c).

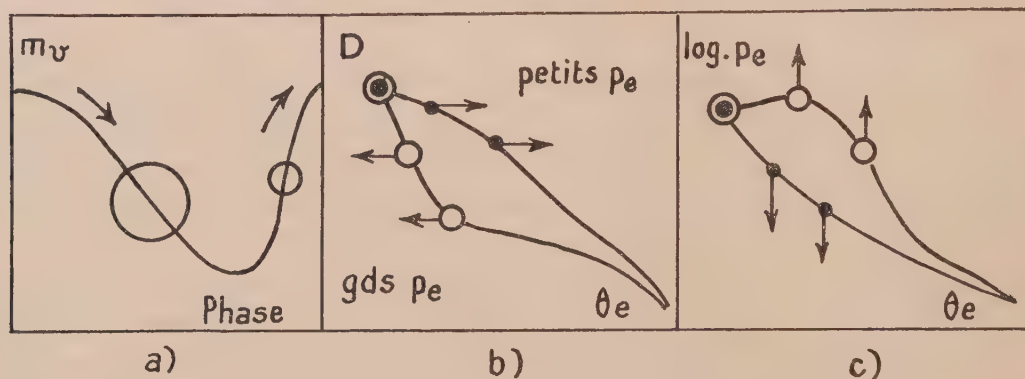


FIG. 11. — Influence du $\Delta R / R_{\min}$ sur l'effet de boucle. Cf. le texte.

Ainsi, l'effet de boucle sur les T_e et les $\log G$ eff est indifférent à une homothétie sur les rayons, mais sensible au contraire à une disproportion entre $R_{\min}$ et ΔR . Un $\Delta R / R_{\min}$ trop grand le favorise, un $\Delta R / R_{\min}$ trop petit le diminue.

Influence des rayons sur le $\Delta\theta_e$.

D'après ce qui précède, si le $R_{\min}$ a été pris trop petit, les θ_e se dilatent trop vite quand on s'éloigne du max de lumière, ils sont trop resserrés quand on s'en approche. Aux alentours du minimum, il se passe des phénomènes de compensation qui tendent à conserver le $\Delta\theta_e$.

Cependant, on peut voir les choses de plus près : considérons les phases de T_e maximum et minimum. Il est bien évident que si, pour ces phases, l'égalité des rayons était réalisée, le $\Delta\theta_e$ serait indépendant du rapport $\Delta R / R_{\min}$. L'égalité n'étant pas en général réalisée, il faut s'attendre à une certaine dépendance. GETTING [20] a donné la formule qui donne la variation du $\Delta\theta_e$ entraînée par une variation du $R_{\min}$. Elle est de la forme :

$$\delta(\Delta\theta_e) \text{ proportionnelle à } \frac{\Delta R_{T_e} - \Delta R_{T_e}}{(R_{\min})^2} \delta R_{\min}.$$

On trouve au numérateur la différence des ΔR pour T_e max et T_e min (ΔR , ici, ne représente pas l'amplitude de la variation du rayon, mais $R - R_{\min}$ pour une phase particulière). Cette différence est négative pour δ Cephei et η Aquilae, positive pour ζ Gemi (cf. fig. 13).

Ainsi, un $\Delta R/R_{\min}$ trop grand entraîne un $\Delta\theta_e$ trop grand pour δ Cephei et η Aquilae, trop petit pour ζ Gemi.

3) INFLUENCE DES MAGNITUDES ET DES CORRECTIONS BOLOMÉTRIQUES ⁽¹⁾. — Ici, nous avons peu à dire. Nous avons obtenu un résultat avec les m_r et les Δm_r . Les m_r (amplitude de variation 0,42) conduisent à un gros effet de boucle et à un $\Delta\theta_e$ égal à 0,12.

Nous pouvons seulement regarder ce qui arrive, pour δ Cephei, quand on emploie les m_v et Δm_v de corps noir, emploi qui conduit, à proprement parler, aux températures de brillance dans le visible.

Influence sur le $\Delta\theta_e$. — Les corrections bolométriques restant du même ordre de grandeur quand on passe des m_r aux m_v , le $\Delta\theta_e$ ne dépend guère que de l'amplitude de variation des m_v considérés.

Les m_v monochromatiques de W. BECKER [28] pour $\lambda = 5\,570$ Å (amplitude de variation 0,77) utilisés avec leurs Δm_v monochromatiques ou avec les Δm_v de EDDINGTON, donnent $\Delta\theta_e = 0,14$.

Mais nous avons déjà dit que l'échelle de variation des magnitudes de W. BECKER semblait un peu petite (cf. fig. 4). Les m_v de DANJON [29] et de STEBBINS [5] ramenés à $\lambda = 5\,570$, ont une amplitude de variation de 0,89 environ et conduisent à un $\Delta\theta_e$ de 0,16. Dans tous les cas, l'amplitude de variation de la température de brillance est supérieure à celle des températures tirées des m_r (résultat déjà signalé par W. BECKER) ⁽²⁾.

Influence sur l'effet de boucle. — Avec les températures de brillance calculées à partir des m_v , l'amplitude de variation des $\log G$, qui est de 0,7 environ dans le cas initial, tombe à environ 0,3.

Revenons à notre effet initial (amplitude 0,70) obtenu pour les $\log G$ de δ Cephei avec les θ_e qui découlent des conditions particulières suivantes : θ_e initial = 0,84, rayons de BECKER, magnitudes radiométriques.

θ_e initial : Le θ_e initial peut varier de 0,80 à 0,88 sans que l'allure de la variation de G soit modifiée.

⁽¹⁾ Cf. Remarque sur les températures, page 6.

⁽²⁾ Ce résultat ne s'étend pas à η Aquilae. Pour η Aquil, les $\Delta\theta_e$ trouvés à partir des m_r et des m_v de BECKER sont respectivement : 0,134 et 0,127.

Rayons. Une homothétie sur les rayons ne change rien à la détermination des T_e . Les résultats obtenus à partir des rayons de W. BECKER sont valables aussi pour les rayons BECKER (α).

L'effet de boucle est grand avec $\Delta R/R$ min. D'après le tableau IX, on voit que tous les rayons autres que ceux de BECKER auraient conduit à un effet supérieur à l'effet obtenu.

Magnitudes. L'emploi des températures de brillance dans le visible au lieu de températures déduites des m_r réduit de beaucoup l'effet de boucle sans le faire disparaître. Comme on peut penser que les T_e et les températures déduites des m_r s'écartent des températures de brillance dans le même sens, cela n'est pas inquiétant.

Ainsi, il ne semble pas que des modifications vraisemblables des paramètres qui interviennent dans la détermination des T_e soient susceptibles de changer qualitativement l'allure de la variation trouvée pour G.

Au point de vue de l'accord quantitatif entre $\log G$ et $\log (g + R'')$, accord qui pourrait être meilleur, on peut faire la remarque suivante :

L'amplitude de variation des $\log (g + R'')$ et celle des $\log G$ ne dépendent pas des mêmes facteurs :

L'amplitude de variation des $\log (g + R'')$ est très sensible à une homothétie sur les rayons (cf. p. 105 et tableau IX). Elle dépend aussi de la masse (d'une façon générale, $g + R''$ est stabilisé par les facteurs qui augmentent g en face de R'').

L'amplitude de variation trouvée pour $\log G$ est indifférente à une homothétie sur les rayons, mais très sensible à une variation du rapport $\Delta R/R$ min. De plus, il se peut qu'elle soit exagérée par l'emploi des magnitudes radiométriques.

Dans ces conditions, le mauvais accord quantitatif ne paraît pas très grave.

TABLEAU IX

	BECKER BECKER (α)	VAN HOOFF	WESSELINK	SCHWARZSCHILD	GETTING
$\Delta R/R$ min	0,119	0,146	0,142	0,161	0,173
$\Delta \log G$	0,70	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$	$\nearrow$
$\Delta \log (g + R'')$	0,29 0,56	0,24		0,38	0,34

Le tableau IX permet de comparer les amplitudes de variation de $\log G$ et de $\log (g + R'')$ pour différents rayons.

Dans la figure 10, on a comparé les G eff de δ Cephei, relatifs aux rayons de BECKER à une homothétie près, aux $\log (g + R'')$ calculés avec les rayons de BECKER (en haut à droite) et avec les rayons BECKER (α) (en bas à gauche). Tous les cycles de cette figure ont bien l'air d'appartenir à une même famille.

Ici, il serait facile de conclure, on dirait :

La variation des gravités effectives, G , trouvée à partir des discontinuités, est en excellent accord quantitatif avec celle des gravités dynamiques, $g + R''$. Quantitativement, l'accord est suffisant étant données toutes les approximations impliquées dans le calcul des diagrammes et pourrait être amélioré de bien des façons.

Ainsi, la gravité effective qui règle la structure de l'atmosphère d'une céphéide à chaque instant peut être identifiée avec la gravité dynamique $g + R''$.

Mais il n'est pas temps de conclure.

1^o Il nous reste deux céphéides à examiner : η Aqil et ζ Gemi. η Aqil en particulier présente un effet de boucle important pour les $\log (g + R'')$ (voir fig. 8) et devrait en présenter un aussi pour les $\log G$. Nous verrons qu'elle ne donne que des résultats assez confus.

2^o Les méthodes de photométrie spectrale de PANNEKOEK et de son école (courbes de croissance et largeurs équivalentes), appliquées à δ Cephei elle-même, ont conduit à l'introduction d'une « gravité spectrale » qui présente un minimum en fin de phase, là où la gravité effective a son maximum. Les ébauches d'interprétation de cette gravité rejoignent heureusement les hypothèses introduites antérieurement par M. SCHWARZSCHILD en vue de résoudre certaines difficultés de la théorie de la pulsation (hypothèse de la running wave) et les considérations actuelles sur les atmosphères étendues. Dans l'état de la question, il y a quelque chose de rétrograde à trouver, une gravité effective qui varie comme la gravité dynamique $g + R''$.

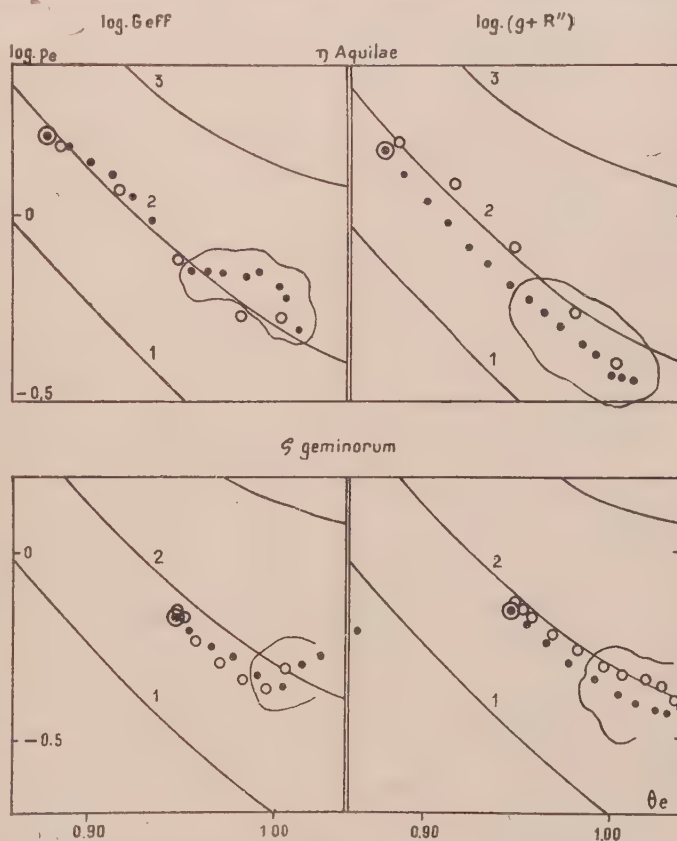


FIG.12. — Cycle de variation des $\log G$ eff et des $\log (g + R'')$ pour η Aqil et ζ Gemi.

Les cycles sont toujours tracés dans le diagramme des G relatifs à $\log A = 4$. Les points et cercles ont la même signification que dans les figures 6 et 10. Les points entourés d'une courbe correspondent à des $D < 0,10$ et sont très douteux.

Les $\log (g + R'')$ de η Aqil décrivent une boucle. L'effet ne se retrouve pas du côté des $\log G$ eff.

η AQUILAE ET ζ GEMINORUM

η *Aquilae*. -- Les θ_e de η Aqil ont été calculés à partir du θ_e initial 0,88 en utilisant, pour le calcul des θ_e successifs les rayons de W. BECKER et les m_r et Δm_r de PETTIT et NICHOLSON.

Les T_e obtenus sont portés dans la figure 13. Le $\Delta\theta_e$ est de 0,135.

Dans la figure 12, les deux graphiques du haut sont relatifs à η Aqil. Ils représentent :

à droite, la variation de $\log(g + R'')$ calculée avec les rayons de BECKER. Il y a un effet de boucle. L'effet serait environ le double avec les rayons BECKER (a).

à gauche, la variation des $\log G$ obtenus à partir des θ_e calculés et des discontinuités expérimentales.

Comme dans la figure 11, les points correspondent à la branche descendante, les cercles à la branche montante. Les points et cercles enfermés dans une courbe correspondent à des $D < 0,10$ et sont très douteux. (Pour les petites discontinuités le diagramme des p_e devient difficile à lire.) Le cycle des $\log G$ suit sensiblement la courbe $\log G = 2$, sans effet de boucle.

η Aqil paraît être une céphéide de type plus compliqué que δ Cephei (point d'inflexion de la courbe de lumière), et ce qui est valable pour l'une pourrait ne pas l'être pour l'autre. Mais il se pourrait aussi que l'absence d'effet de boucle dans le cas de η Aqil vienne de ce que le R min de W. BECKER (37,1 10^6 km) soit trop grand. Ce rayon obéit mal à la relation période-rayon de W. BECKER ([14] p. 300), qui mettrait ce rayon à 27, et il est grand aussi par rapport aux rayons estimés par SCHWARZSCHILD et GETTING (alors que pour δ Cephei les R min du tableau VII sont bien concordants). Cependant, en l'absence d'autre détermination régulière du rayon, nous n'insisterons pas davantage sur η Aquilae.

ζ *Geminorum*. -- Les θ_e de ζ Gemi ont été calculés à partir du θ_e initial 0,95, avec les rayons de BECKER et les m_p et les Δm_p monochromatiques de W. BECKER pour 5 570 Å.

Les T_e de ζ Gemi sont portés dans la figure 13. Le $\Delta\theta_e$ est de 0,09.

Dans la figure 12, les deux graphiques du bas représentent :

à droite, la variation des $\log(g + R'')$,

à gauche, la variation des $\log G$.

Pour ζ Gemi, le $\log(g + R'')$ ne présente pas un maximum brusque en fin de phase. Il est seulement légèrement plus élevé dans la seconde moitié de la période que dans la première avec un léger maximum vers la phase 0,60 (voir fig. 8). Comme pour η Aquilae, la région qui correspond aux $D < 0,10$ est très incertaine pour $\log G$ eff. La région voisine du maximum donne un très léger effet de boucle négatif qui n'est pas celui que l'on attendait.

Ainsi, la considération de η Aql et de ζ Gemi n'apporte aucune confirmation aux résultats obtenus avec δ Cephei, quant à la nature de la gravité effective ⁽¹⁾,

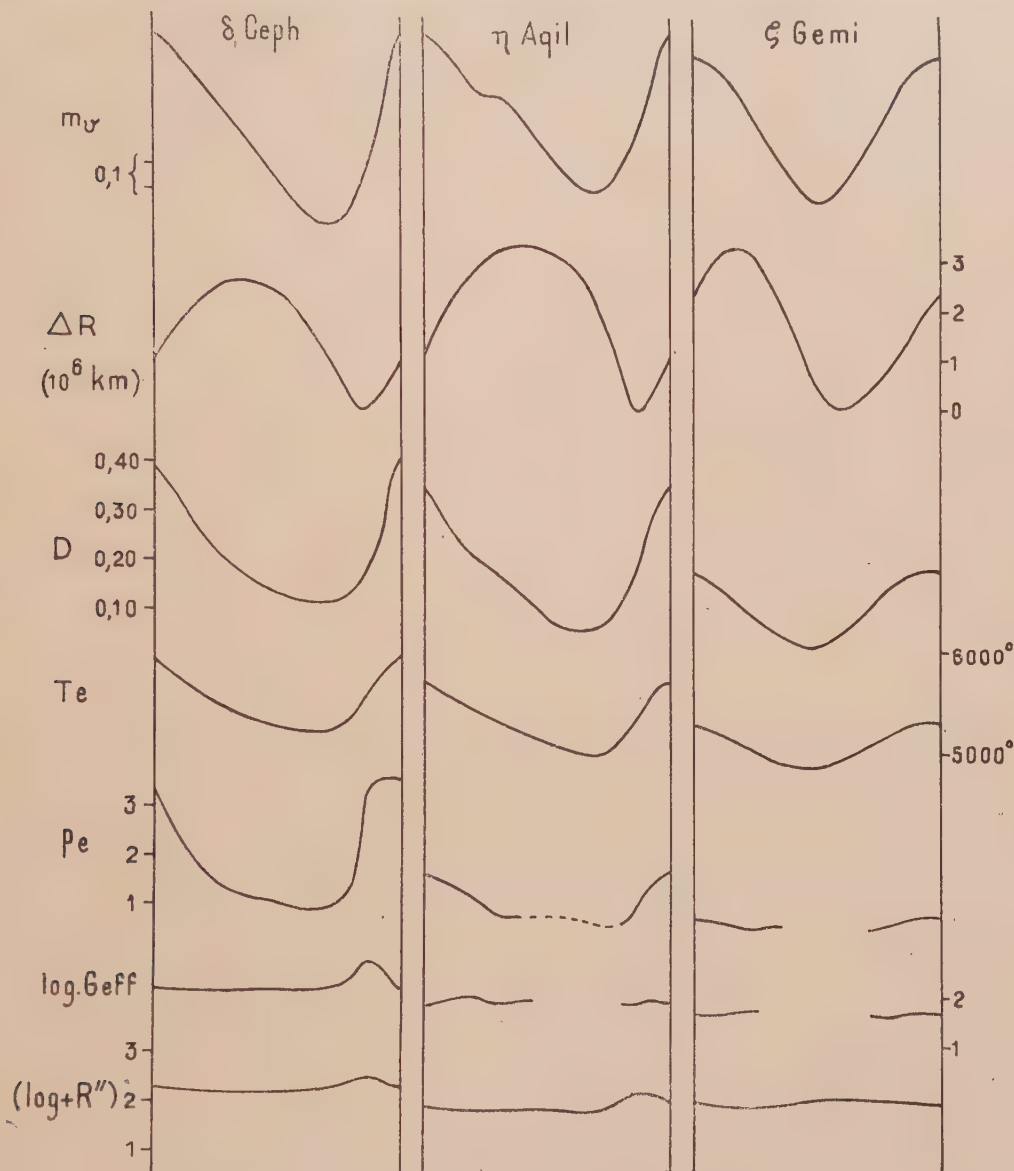


FIG. 13. — Vue d'ensemble de la variation des principaux paramètres pour les trois céphéides.

La figure donne :

Les m_v monochromatiques de W. BECKER pour $\lambda = 5\,579 \text{ \AA}$.

Les ΔR de W. BECKER.

Les discontinuités standard de la partie I.

Les T_e calculés par la méthode MILNE (rayons de BECKER) à partir des θ_e initiaux : 0,84, 0,88, 0,95.

Les p_e et les $\log G$ qui s'ensuivent d'après les deux diagrammes des figures 6 et 10 (atmosphère sans hélium).

Enfin, à titre de comparaison, le $\log (g + R'')$ calculé avec les rayons de BECKER.

⁽¹⁾ Les conclusions relatives à η Aql sont un peu modifiées dans la section suivante = Remarques sur les Températures.

Remarque sur le maximum de T_e pour ζ Gemi. — La température effective de ζ Gemi, calculée avec les rayons et les m_v de BECKER, a son minimum vers la phase 0,5 et, pour le maximum, reste à peu près stationnaire pour les phases 0,90 0,95 1,00. Ainsi, en fin de période, de 0,90 à 1,00, l'augmentation d'éclat proviendrait de l'accroissement du rayon (alors que pour les deux autres céphéides, maximum d'éclat et T_e maximum coïncident sensiblement). Cela est en accord avec le fait que la discontinuité et, selon certains auteurs tout au moins, la température de couleur de η Gemi, ont leur maximum vers 0,95 (cf. fig. 2 et fig. 3). On sait que, pour le spectre, le décalage par rapport au maximum de lumière est encore plus prononcé (le spectre le moins avancé est situé par Yü [30] vers la phase 0,92 et par F. BECKER [31] vers la phase 0,87, soit dans les parages de 0,90).

En somme, pour ζ Gemi, la symétrie de la courbe de lumière serait assurée en partie par la variation du rayon, masquant une certaine asymétrie de la courbe des températures.

La figure 13 est une vue d'ensemble de la variation des principaux paramètres pour les trois céphéides.

GRAVITES SPECTRALES DE L'ÉCOLE D'AMSTERDAM

VAN ALBADA [32] en 1946 étudie deux spectres de δ Cephei correspondant aux phases 0,07 et 0,88 et trouve la pression électronique et la gravité effective plus petites pour le second que pour le premier. Au Congrès Zeeman (Amsterdam 1946), PANNEKOEK [33] donne la courbe de variation des « gravités spectrales » obtenues pour δ Cephei à partir de onze spectres pris par lui à l'Observatoire de Victoria et étudiés par WALRAVEN à l'Institut d'Astrophysique d'Amsterdam. Les gravités spectrales présentent un minimum en fin de phase. PANNEKOEK indique dans quel sens on pourrait orienter notre représentation de la pulsation pour rendre compte des nouvelles gravités. WALRAVEN [34] enfin, vient de publier les résultats de son étude des onze spectres de δ Cephei ⁽¹⁾. Regardons un peu dans cet ouvrage comment les gravités spectrales s'introduisent.

Les largeurs équivalentes d'un grand nombre de raies, mesurées sur chacun des spectres, donnent, pour chaque phase, à une constante près, le $\log Nf$ de divers éléments dans divers états d'excitation et d'ionisation.

Des $\log Nf$, par application des formules de BOLTZMANN et de SAHA, on tire des températures d'excitation et d'ionisation et des pressions électroniques relatives à un profondeur optique moyenne : $\theta = 0,25$.

On passe des p_e aux gravités effectives au moyen d'un diagramme des gravités

(1) Dans un travail tout récent, M. SCHWARZSCHILD [22] étudie la variation de la température et de la p_e de η Aquil à partir de profondeurs de raies du fer.

effectives établies pour $\tau = 0,25$ à partir de modèles de structures stellaires simplifiés.

Le résultat est celui-ci : à T égal, les gravités de la branche montante (fin de phase) sont inférieures à celles de la branche descendante. L'effet est surtout marqué au voisinage du minimum de température.

Il est inutile d'examiner de près les hypothèses simplificatrices grâce auxquelles WALRAVEN arrive à ses p_e et à ses gravités spectrales, car le désaccord entre ses résultats et les miens est tout entier dans les $\log Nf$.

Considérons en effet la figure 14 qui représente la variation de $\log Nf$ tirée de [34] pour les atomes de Fe_+ , celle que WALRAVEN considère comme la mieux établie.

D'après WALRAVEN, la variation des $\log Nf$ des atomes ionisés n'est pas une question de degré d'ionisation plus ou moins grand, parce que pratiquement tous les atomes métalliques sont ionisés une fois et parce que les $\log Nf$ des ato-

mes neutres et ionisés varient en gros de la même façon. La variation des $\log Nf$ reflète la variation de $\bar{\kappa}$ ($\bar{\kappa}$ = coefficient d'absorption moyen). $\log Nf$ grand signifie $\bar{\kappa}$ petit. Or le maximum de $\log Nf$ pour WALRAVEN se place vers 0,75, après le minimum de température. Donc, autour du minimum de température, à T égal, le $\log Nf$ est plus grand sur la branche montante que sur la branche descendante, le $\bar{\kappa}$ est plus petit, la p_e est plus faible. Il s'ensuit, d'après la forme du diagramme des gravités effectives, que la gravité aussi est plus faible.

Ainsi, le résultat de WALRAVEN est acquis dès que le maximum de ses $\log Nf$ a lieu après le minimum de température.

Dans la figure 14 on a porté, à côté de la courbe des $\log Nf$, le $1/\bar{\kappa}$ à $\tau = 0,25$ calculé pour δ Cephei d'après mes $\log G$ eff à partir des modèles d'atmosphères qui m'ont servi à établir le diagramme des G. Le maximum de $1/\bar{\kappa}$ se place avant le minimum de T, le minimum de $1/\bar{\kappa}$ vers 0,90 alors que le minimum des $\log Nf$ a lieu au maximum de température ou tout de suite après. ⁽¹⁾.

Ce qu'on peut alléguer contre la méthode d'Amsterdam, c'est que rejoignant l'absorption continue à travers le comportement des atomes métalliques, elle est

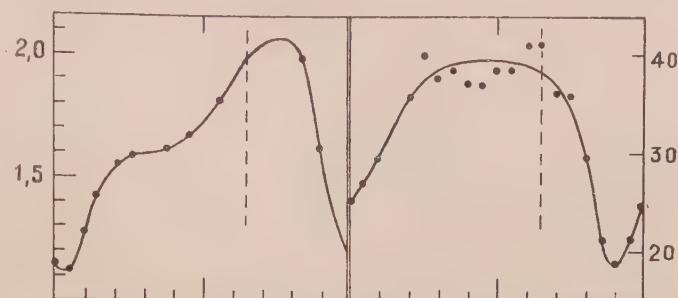


FIG. 14. — A gauche : variation des $\log Nf$, chez δ Cephei, pour les atomes de Fe_+ , d'après WALRAVEN.

A droite : variation de $1/\bar{\kappa}$ pour $\tau = 0,25$, d'après mes $\log G$ effectives.

Les maxima et minima des deux courbes ne coïncident pas.

⁽¹⁾ Remarque : Le $\bar{\kappa}$ à 0,70 a la même allure que le $\bar{\kappa}$ à 0,25, à cela près que, pour $\tau = 0,70$, le maximum de $\bar{\kappa}$ qui a lieu vers 0,90 se maintient jusque vers la phase zéro. Ceci est dû à l'absorption par l'hydrogène atomique qui n'est pas entièrement négligeable à 0,70 alors qu'elle l'est à 0,25.

moins directe que la méthode employée ici ou l'absorption continue dérive de la mesure de la discontinuité. Ce qu'on peut reprocher à la méthode des discontinuités, c'est qu'elle ne comporte pas de détermination originale des températures effectives, mais est solidaire, à ce point de vue, des déterminations de magnitudes bolométriques et de rayons, qui sont susceptibles d'altérer les résultats, nous avons vu dans quel sens, il est difficile de dire jusqu'à quel point.

REMARQUES SUR LES TEMPÉRATURES

Dans ce qui précède, nous avons mesuré des discontinuités, nous avons calculé des T_e et, pour δ Cephei, nous avons trouvé qu'aux environs du maximum de lumière, à T_e égale, les D étaient plus petites sur la branche montante (fin de période) que sur la branche descendante (cf. fig. 6). Cet effet acquis, tout le reste s'ensuit. C'est la réalité et la généralité de cet effet qui est en question. Il dépend des T_e adoptés. Avec les T_e déduits des magnitudes radiométriques, T_e dont nous sommes servis jusqu'ici de préférence, l'effet est très prononcé pour δ Cephei et n'apparaît pas pour η Aquilae.

Températures favorables à l'effet en question. — Les températures favorables à l'effet en question sont les T qui décroissent rapidement à partir du T_e max et au contraire arrivent aux T_e max en croissant lentement. Ceci ressort immédiatement des figures 14 a.

Soit des T_e déterminées par la formule de MILNE :

$$m_b = Cte - 5 \log R - 10 \log T_e.$$

Nous avons déjà vu (fig. 11) que des rayons qui présentent une grande variation relative ($\Delta R / R_{min}$ grand) conduisent à des T_e favorables. L'influence des magnitudes employées dépend de ces magnitudes et des corrections bolométriques correspondantes et ne peut être prévue a priori.

Comparaison des températures. — Dans ce qui suit, on considère diverses températures, pour δ Cephei et η Aquilae, on les ramène à une même échelle arbitraire et on cherche, pour chaque étoile, quelles sont les températures les plus favorables à l'effet en question.

Les températures considérées sont les suivantes :

d'abord les températures calculées par la formule de la luminosité :

températures radiométriques (T_e calculée à partir des m_r et Δm_r) ;

températures de brillance (T de brillance de W. BECKER à partir des magnitudes monochromatiques pour 7 750 Å ou autres T de brillance).

Pour calculer ces températures on a adopté pour chacune des céphéides la température initiale 0,84 et 0,88 respectivement et les rayons de W. BECKER. Autrement dit, on ne considère pas ici des T provenant de diverses valeurs du rapport $\Delta R / R_{min}$ puisqu'on sait à l'avance dans quel sens agit ce rapport.

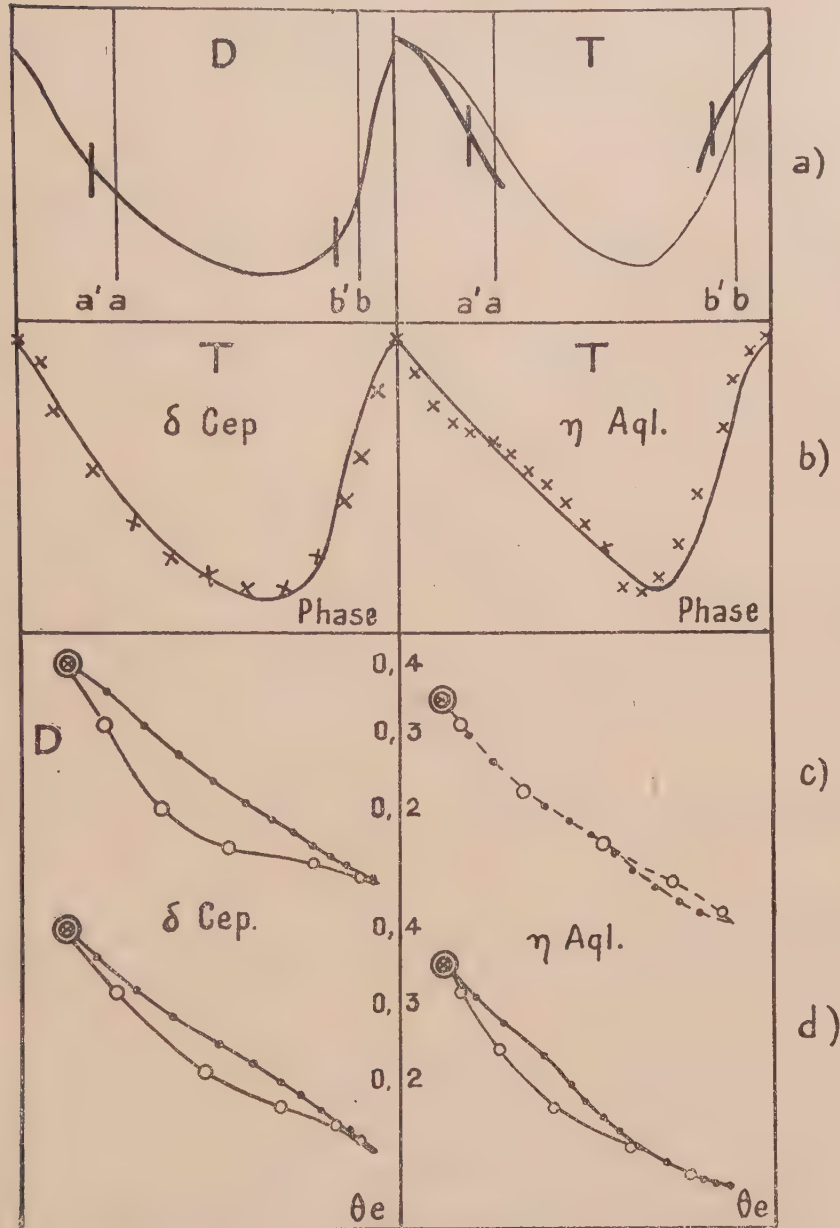


FIG. 15. — Comparaison des températures.

Il s'agit de l'effet : à température égale, discontinuité plus faible sur la branche montante que sur la branche descendante.

La FIG. 15 a, montre que les T propres à faire ressortir cet effet sont celles qui décroissent rapidement à partir de T max et arrivent à T max en croissant lentement. Les T marquées en trait léger n'entraînent pas l'effet. (Phases de même T : a et b.) Les T marquées en trait fort entraînent l'effet (phases de même T : a' et b').

FIG. 15 b. — En trait plein : températures déduites des magnitudes radiométriques. En étoiles : T d'ionisation de WALRAVEN pour δ Cephei, T d'excitation de SCHWARZSCHILD pour η Aquilae. La T radiométrique est la plus favorable pour δ Cephei, la moins favorable pour Aquilae.

FIG. 15 c. — Les discontinuités sont portées en fonction des T radiométriques. Pour δ Cephei, les D sont beaucoup plus petites sur la branche montante (cercles) que sur la branche descendante (points). Pour η Aquilae, il n'en est rien.

FIG. 15 d. — Les discontinuités sont portées en fonction des T d'ionisation ou d'excitation. Un même effet apparaît pour les deux étoiles.

A ces températures on a ajouté les températures d'excitation et d'ionisation déduites de l'étude des raies. Pour δ Cephei, on dispose des T d'excitation et d'ionisation de WALRAVEN, pour η Aquilae des T d'excitation de M. SCHWARZSCHILD.

Voici ce qu'on trouve :

Pour δ Cephei. — Les températures de beaucoup les plus favorables sont les T radiométriques (ce sont celles qui ont servi dans les diagrammes 6 et 10). Elles sont portées en trait plein dans la figure 15 *b*, gauche.

Avec les T radiométriques, les différences de discontinuités, à T égale, entre branches montante et descendante atteignent 0,08 0,09 (fig. 15 *c*, gauche). Avec toutes les autres températures l'effet baisse largement de moitié (fig. 15 *d*, gauche, relative aux T d'ionisation de WALRAVEN).

Pour η Aquilae. — Les températures radiométriques sont les plus défavorables (fig. 15 *b*, droite, trait plein). Les températures de brillance sont superposables aux premières en fin de période, mais dans la branche descendante on voit apparaître une inflexion qui déforme la courbe dans un sens favorable. Les T d'excitation de SCHWARZSCHILD sont nettement plus favorables, tant par la branche montante que par la branche descendante (inflexion). Elles sont marquées par des croix dans la fig. 15 *b* ⁽¹⁾.

Pour η Aquilae, les T radiométriques ne donnaient lieu à aucun effet (fig. 15 *c*, droite). Avec les T de SCHWARZSCHILD, un effet de 0,05 environ apparaît (fig. 15 *d*, droite).

Ainsi :

Les magnitudes radiométriques sont responsables de l'effet très grand trouvé pour δ Cephei et de l'effet nul trouvé pour η Aquilae dans les résultats donnés jusqu'ici.

Si l'on écarte les T radiométriques, on trouve un effet positif d'un bon ordre de grandeur pour les deux étoiles. Toutefois les effets, plus petits, pourraient provenir d'inexactitudes dans le tracé de la courbe des discontinuités.

On ne peut conclure que sur la nécessité de nouvelles observations. Mes observations de céphéides n'ont pas été faites dans les conditions les meilleures (observations en plaine et à la limite des possibilités instrumentales). Elles gagneraient à être précisées. Mais surtout, il serait intéressant d'étudier d'autres céphéides de type classique (R" grand en fin de phase), de spectres voisins de ceux de δ Cephei ou moins avancés. RT Aurigae, T Vulpeculae, S Sagittae seraient tout indiquées. Malheureusement, de par leur éclat plus faible, elles sont moins accessibles à l'observation que δ Cephei.

⁽¹⁾ Pour cette comparaison des températures, les phases de SCHWARZSCHILD (formule de GLIESE) ont été ramenées aux phases de NIELSEN. Sans cette correction, les T, de SCHWARZSCHILD auraient été encore bien plus favorables.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] BARBIER, CHALONGE, *Annales d'Astr.*, **4** (1941), p. 30.
- [2] BARBIER, CHALONGE, *Annales d'Astr.*, **10** (1947), p. 195.
- [3] W. BECKER, STROHMEIER, *Zeit. f. Ap.*, **19**, (1940), p. 249.
- [4] GÜNTHER, *A. Nachr.*, **269** (1939), p. 135.
- [5] STEBBINS, *Ap. J.*, **101** (1945), p. 47.
- [6] BURKHARDT, *Zeit. f. Ap.*, **13** (1937), p. 56.
- [7] WILDT, *Ap. J.* **90** (1939), p. 611.
- [8] CHANDRASEKHAR et MÜNCH, *Ap. J.*, **104** (1946), p. 446.
- [9] STRÖMGREN, *Publ. mind. Meddel. Kobenhavns Obs.* n° 138 (1944).
- [10] CHANDRASEKHAR, *Ap. J.*, **102** (1945), p. 395.
- [11] BARBIER, *Annales d'Astr.*, **9** (1946), p. 21.
- [12] CHANDRASEKHAR, *Ap. J.*, **101** (1945), p. 328.
- [13] MÜNCH, *Ap. J.* **106** (1947), p. 217.
- [14] W. BECKER, *Zeit. f. Ap.*, **19** (1940), p. 289.
- [15] BAADE, *A. N.*, **228** (1926), p. 359.
- [16] BOTTLINGER, *A. N.*, **232** (1928), p. 3.
- [17] EDDINGTON, *The Internal Constitution of the Stars*.
- [18] VAN HOOFF, *Ciel et Terre*, **61** (1945), p. 11.
- [19] WESSELINK, *B. A. N.*, **10** n° 368 (1946).
- [20] GETTING, *M. N.*, **95** (1934), p. 139.
- [21] M. SCHWARZSCHILD, *H. C.* (1938), p. 431.
- [22] M. SCHWARZSCHILD, *Ap. J.*, **108** (1948), p. 207.
- [23] SHAPLEY, *Star Clusters* (1930).
- [24] PETTIT et NICHOLSON, *Ap. J.*, **78** (1933), p. 320.
- [25] W. BECKER, *Veröff. Sternw. Berlin — Babelsberg*, **10**, fasc. 3 (1933).
- [26] KUIPER, *Ap. J.*, **88** (1938), p. 429.
- [27] MILNE, *M. N.*, **94**, (1934), p. 418.
- [28] W. BECKER, *Zeit. f. Ap.*, **19** (1940), p. 269.
- [29] DANJON, *Annales obs. Strasbourg*, **2** (1928), p. 93.
- [30] YÜ, *Astr. Soc. Pacific*, **38** (1926), p. 357.
- [31] F. BECKER, *Zeit. f. Ap.*, **13** (1937), p. 313.
- [32] VAN ALBADA, *Publ. Astr. Instr. Univ. Amsterdam*, **6** (1946).
- [33] PANNEKOEK, *Zeeman — Congress*, Amsterdam (1946).
- [34] WALRAVEN, *Publ. Astr. Instr. Univ. Amsterdam*, **8** (1948).

DEUXIÈME THÈSE

PROPOSITIONS DONNÉES PAR LA FACULTÉ

Les Courbes de Croissance

Vu et approuvé :

Paris, le 8 Décembre 1948

LE DOYEN DE LA FACULTÉ DES SCIENCES

JEAN CABANNES.

Vu et Permis d'imprimer :

LE RECTEUR DE L'ACADÉMIE DE PARIS

JEAN SARRAILH.

